

注意：

允许学生个人、非营利性的图书馆或公立学校合理使用 IMC 各项试题及其解答。可直接下载而不须申请。

重版、系统地复制或大量重制本资料的任何部分，必须获得 IMC 行政委员会的授权许可。

申请此项授权请电邮 IMC 行政委员会主席孙文先

ccmp@seed.net.tw

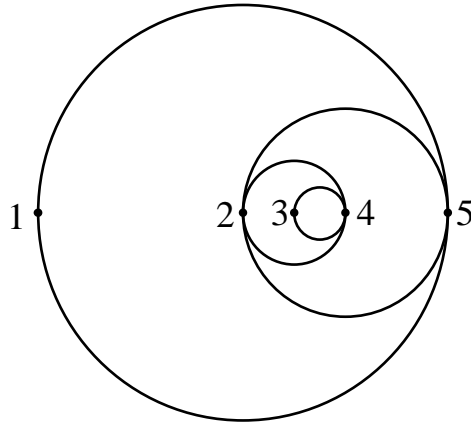
Notice:

Individual students, nonprofit libraries, or schools are permitted to make fair use of the papers and its solutions. Republication, systematic copying, or multiple reproduction of any part of this material is permitted only under license from the IMC Executive Board. Requests for such permission should be made by e-mailing Mr. Wen-Hsien SUN ccmp@seed.net.tw

第一部份：

填充题，请将答案填写在题末所附的空格内，共十二题，每题 5 分。

1. 有 5 个共线的城市由半圆形的道路相连接，如图所示。每段路程为从一个城市沿着一个半圆到达另一个城市。如果路程可以重复，请问经过四段路程后，从 5 号城市出发又回到 5 号城市的可能走法总共有多少种？



Answer: _____ 种

2. 令 m 与 n 为正整数使得 $m(n - m) = -11n + 8$ 。请问 $m - n$ 的所有可能值之总和是什么？

Answer: _____

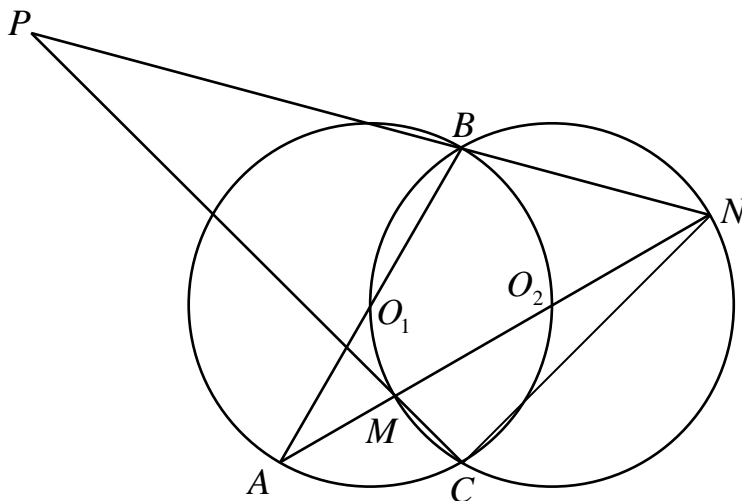
3. 甲投掷一枚质地均匀的硬币两次同时乙投掷同一枚硬币 3 次。将他们最后获得相同次数正面的概率写成一个最简分数，请问它的分子与它的分母之和是什么？

Answer: _____

4. 令 p 与 q 是质数使得 $p^2 + 3pq + q^2$ 等于某个整数的平方。请问 $p + q$ 的最大可能值是什么？

Answer: _____

5. 两个半径相同的圆相交于 B 与 C 两点。两圆的圆心 O_1 与 O_2 分别在另一个圆上。 AB 为第一个圆的直径， AO_2 与第二个圆相交于点 M 与 N ，其中 M 在 A 与 O_2 之间。 CM 与 NB 的延长线相交于点 P 。请问 $CP:CN$ 是什么？



Answer: _____ :

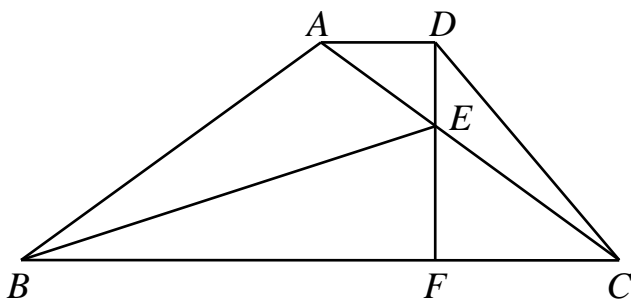
6. 请问在乘积 $1!2!3!\dots99!100!$ 的末尾有多少个连续的 0?

Answer: _____ 个

7. 令 $P(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$, 其中 a, b, c, d 为实系数。假设 $P(1) = 7$ 、 $P(2) = 52$ 、 $P(3) = 97$, 请问 $\frac{P(9) + P(-5)}{4}$ 之值等于什么?

Answer: _____

8. 四边形 $ABCD$ 中, AD 平行于 BC 且 $AB = AC$ 。从点 D 到 BC 的垂线交 BC 于点 F , DF 交 AC 于点 E 。若 $BE = 2DF$ 且 BE 平分 $\angle ABC$, 请问 $\angle BAD$ 为多少度?

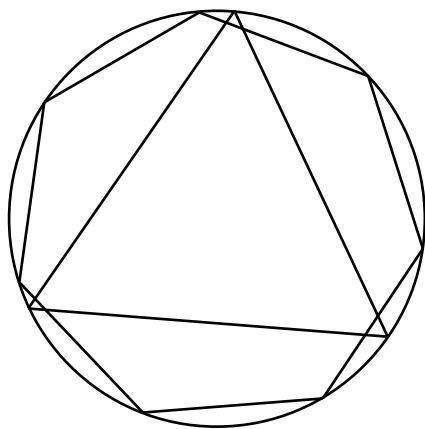


Answer: _____ °

9. 将 1、2、3、4、5、6、7 排成一行使得第一项、前两项之和、前三项之和、依此类推, 直到所有 7 项之和全都不可被 3 整除, 请问总共有多少种不同的排列方法?

Answer: _____ 种

10. 一个正三角形与一个正 7 边形同时内接于一个周长为 84 cm 的圆上, 它们的顶点将圆周分成 10 段圆弧。请问最小的弧长之最大可能长度为多少 cm?



Answer: _____ cm

11. 若 a, b 为实数使得 $\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b} = 12$ 且 $ab = \left(\frac{a+b+8}{6}\right)^3$, 请问 $a - b$ 之值是什么?

Answer: _____

12. 请问存在有多少个有序三元实数组 (x, y, z) 使得 $x + y^2 = z^3$ 、 $x^2 + y^3 = z^4$ 且 $x^3 + y^4 = z^5$?

Answer: _____

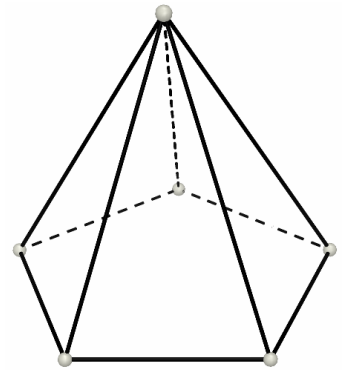
第二部份：

计算与证明题，请在题目下空白处写出计算或证明过程。共三题，每题 20 分。

1. 已知方程 $|x^2 - 2ax + b| = 8$ 恰有 3 个实根，且它们是一个直角三角形的三边长，请问 $a + b$ 之值是什么？

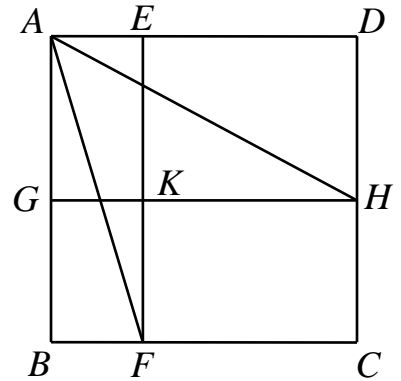
Answer: _____

2. 使用至多六种不同的颜色将正五角锥的六个顶点涂色，使得任一条棱上的两个端点所涂的颜色不相同。如果可以将其中一种涂色方法经过旋转而得到另一种涂色方法，则它们只能算是同一种方法。请问总共有多少种不同的涂色方法？



Answer: _____ 种

3. 正方形 $ABCD$ 中，点 E 、 F 分别在边 AD 、 BC 上使得 $EF \parallel AB$ 。点 G 、 H 分别在边 AB 、 DC 上使得 $GH \parallel AD$ 。 EF 与 GH 相交于点 K 。如果 $KFCH$ 的面积等于 $AGKE$ 的面积之两倍，请问 $\angle FAH$ 为多少度？



Answer: _____