

注意：

允許學生個人、非營利性的圖書館或公立學校合理使用 IMC 各項試題及其解答。可直接下載而不須申請。

重版、系統地複製或大量重製本資料的任何部分，必須獲得 IMC 行政委員會的授權許可。

申請此項授權請電郵 IMC 行政委員會主席孫文先

ccmp@seed.net.tw

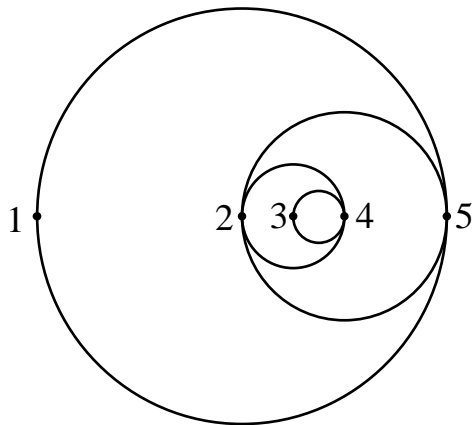
Notice:

Individual students, nonprofit libraries, or schools are permitted to make fair use of the papers and its solutions. Republication, systematic copying, or multiple reproduction of any part of this material is permitted only under license from the IMC Executive Board. Requests for such permission should be made by e-mailing Mr. Wen-Hsien SUN ccmp@seed.net.tw

第一部份：

填充題，請將答案填寫在題末所附的空格內，共十二題，每題 5 分。

1. 有 5 個共線的城市由半圓形的道路相連接，如圖所示。每段路程為從一個城市沿著一個半圓到達另一個城市。如果路程可以重複，請問經過四段路程後，從 5 號城市出發又回到 5 號城市的可能走法總共有多少種？



Answer: _____ 種

2. 令 m 與 n 為正整數使得 $m(n - m) = -11n + 8$ 。請問 $m - n$ 的所有可能值之總和是什麼？

Answer: _____

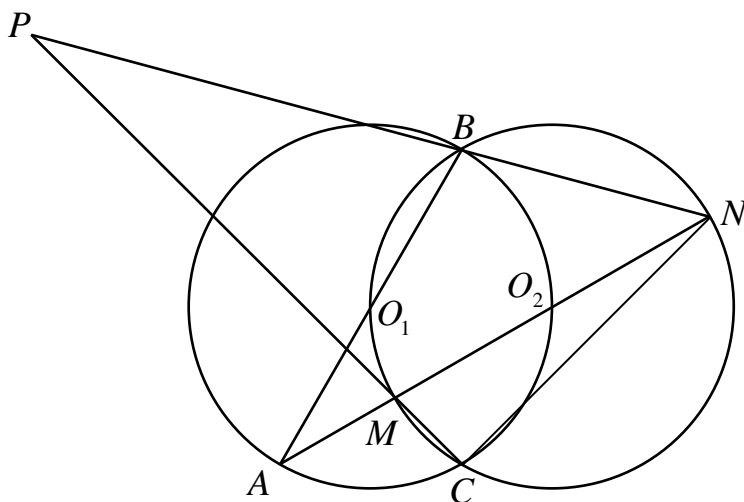
3. 甲投擲一枚質地均勻的硬幣兩次同時乙投擲同一枚硬幣 3 次。將他們最後獲得相同次數正面的概率寫成一個最簡分數，請問它的分子與它的分母之和是什麼？

Answer: _____

4. 令 p 與 q 是質數使得 $p^2 + 3pq + q^2$ 等於某個整數的平方。請問 $p + q$ 的最大可能值是什麼？

Answer: _____

5. 兩個半徑相同的圓相交於 B 與 C 兩點。兩圓的圓心 O_1 與 O_2 分別在另一個圓上。 AB 為第一個圓的直徑， AO_2 與第二個圓相交於點 M 與 N ，其中 M 在 A 與 O_2 之間。 CM 與 NB 的延長線相交於點 P 。請問 $CP:CN$ 是什麼？



Answer: _____ :

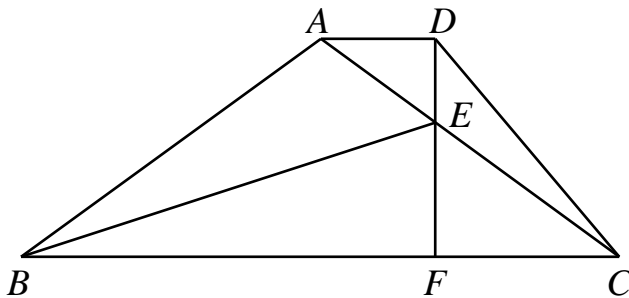
6. 請問在乘積 $1!2!3!\dots99!100!$ 的末尾有多少個連續的 0？

Answer: _____ 個

7. 令 $P(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ ，其中 a, b, c, d 為實係數。假設 $P(1) = 7$ 、 $P(2) = 52$ 、 $P(3) = 97$ ，請問 $\frac{P(9) + P(-5)}{4}$ 之值等於什麼？

Answer: _____

8. 四邊形 $ABCD$ 中， AD 平行於 BC 且 $AB = AC$ 。從點 D 到 BC 的垂線交 BC 於點 F ， DF 交 AC 於點 E 。若 $BE = 2DF$ 且 BE 平分 $\angle ABC$ ，請問 $\angle BAD$ 為多少度？

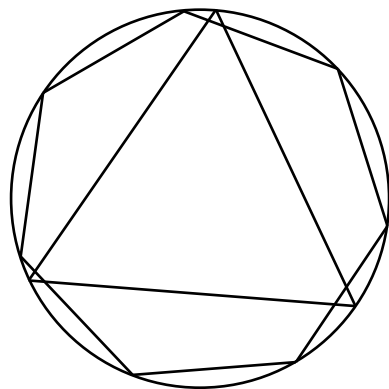


Answer: _____ °

9. 將 1、2、3、4、5、6、7 排成一行使得第一項、前兩項之和、前三項之和、依此類推，直到所有 7 項之和全都不被 3 整除，請問總共有多少種不同的排列方法？

Answer: _____ 種

10. 一個正三角形與一個正 7 邊形同時內接於一個周長為 84 cm 的圓上，它們的頂點將圓周分成 10 段圓弧。請問最小的弧長之最大可能長度為多少 cm？



Answer: _____ cm

11. 若 a, b 為實數使得 $\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b} = 12$ 且 $ab = \left(\frac{a+b+8}{6}\right)^3$ ，請問 $a - b$ 之值是什麼？

Answer: _____

12. 請問存在有多少個有序三元實數組 (x, y, z) 使得 $x + y^2 = z^3$ 、 $x^2 + y^3 = z^4$ 且 $x^3 + y^4 = z^5$ ？

Answer: _____

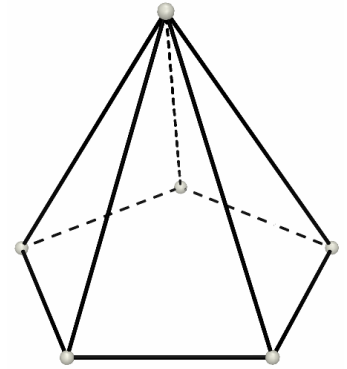
第二部份：

計算與證明題，請在題目下空白處寫出計算或證明過程。共三題，每題 20 分。

1. 已知方程 $|x^2 - 2ax + b| = 8$ 恰有 3 個實根，且它們是一個直角三角的三邊長，請問 $a + b$ 之值是什麼？

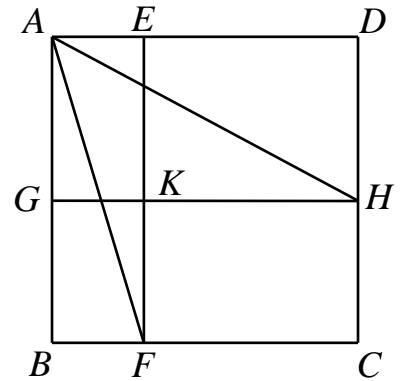
Answer : _____

2. 使用至多六種不同的顏色將正五角錐的六個頂點塗色，使得任一條棱上的兩個端點所塗的顏色不相同。如果可以將其中一種塗色方法經過旋轉而得到另一種塗色方法，則它們只能算是同一種方法。請問總共有多少種不同的塗色方法？



Answer: _____ 種

3. 正方形 $ABCD$ 中，點 E 、 F 分別在邊 AD 、 BC 上使得 $EF \parallel AB$ 。點 G 、 H 分別在邊 AB 、 DC 上使得 $GH \parallel AD$ 。 EF 與 GH 相交於點 K 。如果 $KFCH$ 的面積等於 $AGKE$ 的面積之兩倍，請問 $\angle FAH$ 為多少度？



○

Answer : _____