

注意：

允许学生个人、非营利性的图书馆或公立学校合理使用 IMC 各项试题及其解答。可直接下载而不须申请。

重版、系统地复制或大量重制本资料的任何部分，必须获得 IMC 行政委员会的授权许可。

申请此项授权请电邮 IMC 行政委员会主席孙文先

ccmp@seed.net.tw

Notice:

Individual students, nonprofit libraries, or schools are permitted to make fair use of the papers and its solutions. Republication, systematic copying, or multiple reproduction of any part of this material is permitted only under license from the IMC Executive Board. Requests for such permission should be made by e-mailing Mr. Wen-Hsien SUN ccmp@seed.net.tw



SOUTH AFRICAN INTERNATIONAL MATHEMATICS COMPETITION

Durban • 1 to 6 August 2019



青少年数学国际城市邀请赛 队际赛试题

3rd August, 2019, Durban, South Africa

Team: _____ Score: _____

1. 请找出所有满足等式 $I \times M \times C = I + M + C + 1007$ 的三元正整数组 (I, M, C) ，其中 I, M, C 都是质数且 $I \leq M \leq C$ 。

答: _____



SOUTH AFRICAN INTERNATIONAL MATHEMATICS COMPETITION

Durban • 1 to 6 August 2019



青少年数学国际城市邀请赛 队际赛试题

3rd August, 2019, Durban, South Africa

Team: _____ Score: _____

2. 从 2021 个连续的正整数中选出一些数，使得选出的数中任何两个数的差都不是质数。请问最多可以选出多少个数？

答： _____ 个



SOUTH AFRICAN INTERNATIONAL MATHEMATICS COMPETITION

Durban • 1 to 6 August 2019

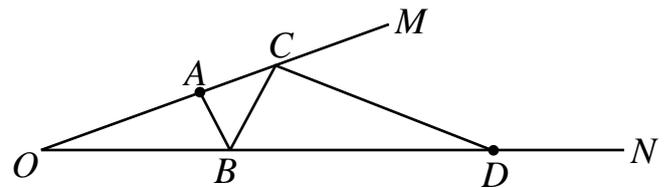


青少年数学国际城市邀请赛 队际赛试题

3rd August, 2019, Durban, South Africa

Team: _____ Score: _____

3. 如图所示，点A、C在射线OM上，点B、D在射线ON上。已知 $OA = 6\text{ cm}$ 、 $OD = 16\text{ cm}$ 且 $\angle NOM = 20^\circ$ 。请问 $AB + BC + CD$ 的最短长度为多少cm？



答: _____ cm



SOUTH AFRICAN INTERNATIONAL MATHEMATICS COMPETITION

Durban • 1 to 6 August 2019



青少年数学国际城市邀请赛 队际赛试题

3rd August, 2019, Durban, South Africa

Team: _____ Score: _____

4. 请问总共有多少组有序数码对 (a, b) 使得 $\overline{2a1b9}^{2019}$ 除以 13 之后所得的余数为 1? 其中 $\overline{2a1b9}$ 表示一个五位数。

答: _____ 组



SOUTH AFRICAN INTERNATIONAL MATHEMATICS COMPETITION

Durban • 1 to 6 August 2019



青少年数学国际城市邀请赛 队际赛试题

3rd August, 2019, Durban, South Africa

Team: _____ Score: _____

5. 有 10 颗完全相同的红球、15 颗完全相同的黑球与 20 颗完全相同的白球。将这些球全部分给 2 位男孩与 1 位女孩，每位男孩每一种颜色的球必须都至少得到 2 颗，每位女孩每一种颜色的球必须都至少得到 3 颗。请问总共有多少种不同的分球方法给这三位小孩？

答： _____ 种



SOUTH AFRICAN INTERNATIONAL MATHEMATICS COMPETITION

Durban • 1 to 6 August 2019

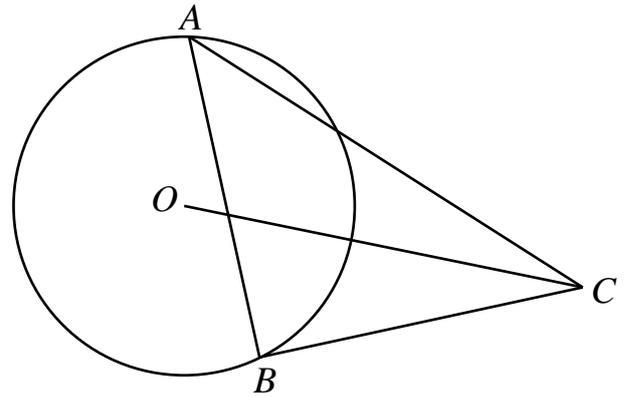


青少年数学国际城市邀请赛 队际赛试题

3rd August, 2019, Durban, South Africa

Team: _____ Score: _____

6. 圆 O 的半径为 1 cm ，点 B 是它的圆周上的任意一点。三角形 ABC 的顶点 A 也在圆周上使得 $AB = BC$ 、 $\angle ABC = 90^\circ$ 。请问 OC 的最大长度为多少 cm ？



答: _____ cm



SOUTH AFRICAN INTERNATIONAL MATHEMATICS COMPETITION

Durban • 1 to 6 August 2019



青少年数学国际城市邀请赛 队际赛试题

3rd August, 2019, Durban, South Africa

Team: _____ Score: _____

7. 有 14 位女孩各听到一则不一样的好消息，她们都急于想将好消息与其他女孩分享。每一轮，某些或全部的女孩两两配对进行电话交谈，将她们各自己已经听到的消息全部告诉对方。要使每位女孩都听到所有的好消息，请问
- (a) 至少需要进行多少轮？ (10 分)
 - (b) 请写出达成进行最少轮次的打电话方式。(30 分)

答: (a). _____ 轮
(b). _____



SOUTH AFRICAN INTERNATIONAL MATHEMATICS COMPETITION

Durban • 1 to 6 August 2019



青少年数学国际城市邀请赛 队际赛试题

3rd August, 2019, Durban, South Africa

Team: _____ Score: _____

8. 在平面上选出 5 个点 X_1 、 X_2 、 X_3 、 X_4 、 X_5 ，将这些点两两配对并用一条蓝色直线连接。假设任意两条蓝色直线都不垂直或平行。对于每一个点 X_i ，其中 $1 \leq i \leq 5$ ，与每一条没有经过点 X_i 的蓝色直线 L ，都过点 X_i 作与 L 垂直的一条红色直线。请问所有的红色直线至多总共有多少个交点？

答： _____ 个



SOUTH AFRICAN INTERNATIONAL MATHEMATICS COMPETITION

Durban • 1 to 6 August 2019

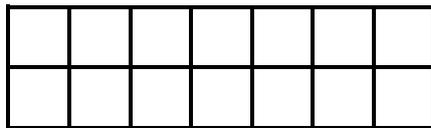


青少年数学国际城市邀请赛 队际赛试题

3rd August, 2019, Durban, South Africa

Team: _____ Score: _____

9. 欲用瓷砖将一道大小为 2×7 的墙铺满，只有两种尺寸的瓷砖可以使用，完全相同的 1×1 瓷砖与完全相同的 2×1 瓷砖。在铺上这一道墙前， 2×1 的瓷砖可以旋转。已知两种瓷砖都有足够多，请问要将这一道 2×7 的墙铺满总共有多少种不同的铺法？



1×1



2×1

答： _____ 种



SOUTH AFRICAN INTERNATIONAL MATHEMATICS COMPETITION

Durban • 1 to 6 August 2019



青少年数学国际城市邀请赛 队际赛试题

3rd August, 2019, Durban, South Africa

Team: _____ Score: _____

10. 对于任意的正整数 x ，令 $S(x)$ 为其十进制下所有的数码之和。请找出所有满足方程 $x = (S(x) + 9)^2$ 的解。

答: _____