

注意：

允許學生個人、非營利性的圖書館或公立學校合理使用 IMC 各項試題及其解答。可直接下載而不須申請。

重版、系統地複製或大量重製本資料的任何部分，必須獲得 IMC 行政委員會的授權許可。

申請此項授權請電郵 IMC 行政委員會主席孫文先

ccmp@seed.net.tw

Notice:

Individual students, nonprofit libraries, or schools are permitted to make fair use of the papers and its solutions. Republication, systematic copying, or multiple reproduction of any part of this material is permitted only under license from the IMC Executive Board. Requests for such permission should be made by e-mailing Mr. Wen-Hsien SUN ccmp@seed.net.tw



SOUTH AFRICAN INTERNATIONAL MATHEMATICS COMPETITION

Durban • 1 to 6 August 2019



青少年數學國際城市邀請賽 隊際賽試題

3rd August, 2019, Durban, South Africa

Team : _____ Score : _____

1. 請找出所有滿足等式 $I \times M \times C = I + M + C + 1007$ 的三元正整數組 (I, M, C) ，其中 I 、 M 、 C 都是質數且 $I \leq M \leq C$ 。

答 : _____



SOUTH AFRICAN INTERNATIONAL MATHEMATICS COMPETITION

Durban • 1 to 6 August 2019



青少年數學國際城市邀請賽 隊際賽試題

3rd August, 2019, Durban, South Africa

Team : _____ Score : _____

2. 從 2021 個連續的正整數中選出一些數，使得選出的數中任何兩個數的差都不是質數。請問最多可以選出多少個數？

答： _____ 個



SOUTH AFRICAN INTERNATIONAL MATHEMATICS COMPETITION

Durban • 1 to 6 August 2019

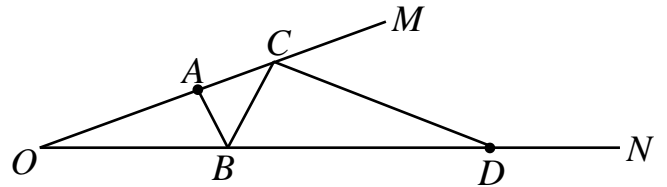


青少年數學國際城市邀請賽 隊際賽試題

3rd August, 2019, Durban, South Africa

Team : _____ Score : _____

3. 如圖所示，點 A 、 C 在射線 OM 上，點 B 、 D 在射線 ON 上。已知 $OA = 6\text{ cm}$ 、 $OD = 16\text{ cm}$ 且 $\angle NOM = 20^\circ$ 。請問 $AB + BC + CD$ 的最短長度為多少 cm ？



答： _____ cm



SOUTH AFRICAN INTERNATIONAL MATHEMATICS COMPETITION

Durban • 1 to 6 August 2019



青少年數學國際城市邀請賽 隊際賽試題

3rd August, 2019, Durban, South Africa

Team : _____ Score : _____

4. 請問總共有多少組有序數碼對 (a, b) 使得 $\overline{2a1b9}^{2019}$ 除以 13 之後所得的餘數為 1？
其中 $\overline{2a1b9}$ 表示一個五位數。

答： _____ 組



SOUTH AFRICAN INTERNATIONAL MATHEMATICS COMPETITION

Durban • 1 to 6 August 2019



青少年數學國際城市邀請賽 隊際賽試題

3rd August, 2019, Durban, South Africa

Team : _____ Score : _____

5. 有 10 顆完全相同的紅球、15 顆完全相同的黑球與 20 顆完全相同的白球。將這些球全部分給 2 位男孩與 1 位女孩，每位男孩每一種顏色的球必須都至少得到 2 顆，每位女孩每一種顏色的球必須都至少得到 3 顆。請問總共有多少種不同的分球方法給這三位小孩？

答： _____ 種



SOUTH AFRICAN INTERNATIONAL MATHEMATICS COMPETITION

Durban • 1 to 6 August 2019

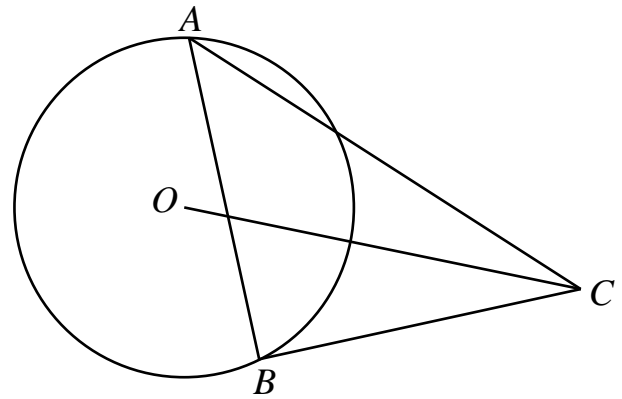


青少年數學國際城市邀請賽 隊際賽試題

3rd August, 2019, Durban, South Africa

Team : _____ Score : _____

6. 圓 O 之半徑為 1 cm ，點 B 是它的圓周上之任意一點。三角形 ABC 的頂點 A 也在圓周上使得 $AB = BC$ 、 $\angle ABC = 90^\circ$ 。請問 OC 的最大長度為多少 cm ？



答： _____ cm



SOUTH AFRICAN INTERNATIONAL MATHEMATICS COMPETITION

Durban • 1 to 6 August 2019



青少年數學國際城市邀請賽 隊際賽試題

3rd August, 2019, Durban, South Africa

Team : _____ Score : _____

7. 有 14 位女孩各聽到一則不一樣的好消息，她們都急於想將好消息與其他女孩分享。每一輪，某些或全部的女孩兩兩配對進行電話交談，將她們各自己已經聽到的消息全部告訴對方。要使每位女孩都聽到所有的好消息，請問
- (a) 至少需要進行多少輪？ (10 分)
 - (b) 請寫出達成進行最少輪次的打電話方式。(30 分)

答： (a). _____ 輪
(b). _____



SOUTH AFRICAN INTERNATIONAL MATHEMATICS COMPETITION

Durban • 1 to 6 August 2019



青少年數學國際城市邀請賽 隊際賽試題

3rd August, 2019, Durban, South Africa

Team : _____ Score : _____

8. 在平面上選出 5 個點 X_1 、 X_2 、 X_3 、 X_4 、 X_5 ，將這些點兩兩配對並用一條藍色直線連接。假設任意兩條藍色直線都不垂直或平行。對於每一個點 X_i ，其中 $1 \leq i \leq 5$ ，與每一條沒有經過點 X_i 的藍色直線 L ，都過點 X_i 作與 L 垂直的一條紅色直線。請問所有的紅色直線至多總共有多少個交點？

答： _____ 個



SOUTH AFRICAN INTERNATIONAL MATHEMATICS COMPETITION

Durban • 1 to 6 August 2019

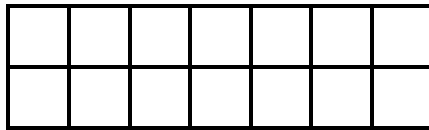


青少年數學國際城市邀請賽 隊際賽試題

3rd August, 2019, Durban, South Africa

Team : _____ Score : _____

9. 欲用瓷磚將一道大小為 2×7 的牆鋪滿，只有兩種尺寸的瓷磚可以使用，完全相同的 1×1 瓷磚與完全相同的 2×1 瓷磚。在鋪上這一道牆前， 2×1 的瓷磚可以旋轉。已知兩種瓷磚都有足夠多，請問要將這一道 2×7 的牆鋪滿總共有多少種不同的鋪法？



1×1



2×1

答： _____ 種



SOUTH AFRICAN INTERNATIONAL MATHEMATICS COMPETITION

Durban • 1 to 6 August 2019



青少年數學國際城市邀請賽 隊際賽試題

3rd August, 2019, Durban, South Africa

Team : _____ Score : _____

10. 對於任意的正整數 x ，令 $S(x)$ 為其十進制下所有的數碼之和。請找出所有滿足方程 $x = (S(x) + 9)^2$ 的解。

答 : _____