



Indonesia International Mathematics Competition 2021 (Virtual)

Indonesia, 27th July to 1st August 2021

青少年数学国际城市邀请赛 队际赛试题

答题时间：70 分钟

答题指引：

- 队际赛试题答题时间共 70 分钟，共 10 页，每页一题。
第 1、3、5、7、9 题的答案仅须填写阿拉伯数值；(中文数字不予计分)
第 2、4、6、8、10 题必须填写详细计算过程或证明。
- 每道题目 40 分。奇数题号的题目，没有部分分数，答错不倒扣分数。您所填入的答案个数不得多于所要求的答案个数。若题目有不只一个答案，则全部答对才给分。偶数题号的题目，将根据答题情况给予部份分数。
- 题目中所提供之图形只是示意图，不一定精准。

作答须知：

- 请在每一张题目卷的对应位置填写您的队名。
- 请将每一题的答案填写在每一张题目卷所附的空格内或背面空白处。
- 在一开始的 10 分钟内，四名队员允许互相讨论与分配前八题，每位队员至少要解答一题。
- 在接下来的 35 分钟内，四名队员仅允许在所分配到的题目卷上作答，不可以再交换题目或讨论。
- 在最后的 25 分钟内，四名队员可一起合作在最后两题的题目卷上作答。
- 不得使用任何计算器具、电子仪器与量角器。
- 答题结束后，请将您的题目卷、答案卷与所有计算纸装入信封并交由监试人员收回。

Simplified Chinese Version

简体中文版

队名： _____ 总分： _____



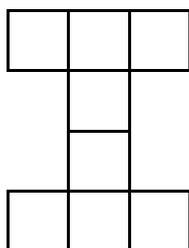
Indonesia International Mathematics
Competition 2021 (Virtual)
Indonesia, 27th July to 1st August 2021

青少年数学国际城市邀请赛
队际赛试题

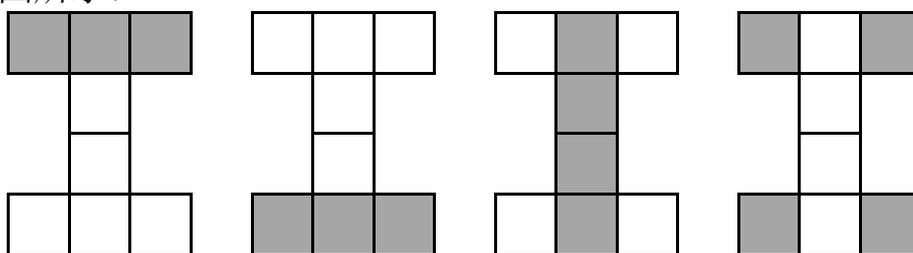
29th July, 2021, Indonesia

队名：_____ 解题员：_____ ID：_____

1. 考虑如下图的“T”形：



请问有多少种方法可以把数 -1 、 -1 、 -1 、 0 、 0 、 1 、 1 、 1 填入这些小方格内，使得每个小方格内恰填一个数，并且每行、每列与四个角落的和都相同（如下图所示）？



答：_____ 种方法



*Indonesia International Mathematics
Competition 2021 (Virtual)*
Indonesia, 27th July to 1st August 2021

青少年数学国际城市邀请赛

队际赛试题

29th July, 2021, Indonesia

队名: _____ 解题员: _____ ID: _____

2. 已知实数 x 与 y 使得:

$$\begin{cases} x^2 + 5xy + y^2 = 7 \\ x^2y + xy^2 = 2 \\ x + y \neq 2 \end{cases}$$

请问 $x^2 + y^2$ 的所有可能值是什么?

答: _____



Indonesia International Mathematics
Competition 2021 (Virtual)

Indonesia, 27th July to 1st August 2021

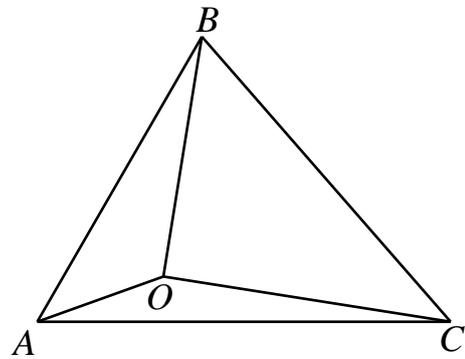
青少年数学国际城市邀请赛

队际赛试题

29th July, 2021, Indonesia

队名：_____ 解题员：_____ ID：_____

3. 已知点 O 是三角形 ABC 内部一点使得 $\angle ABO = \angle CAO$ 、 $\angle BAO = \angle BCO$ 且 $\angle BOC = 90^\circ$ 。若 $AC = 2\text{ cm}$ ，请问 OC 的长度为多少 cm ？



答：_____ cm



*Indonesia International Mathematics
Competition 2021 (Virtual)*
Indonesia, 27th July to 1st August 2021

青少年数学国际城市邀请赛

队际赛试题

29th July, 2021, Indonesia

队名： _____ 解题员： _____ ID： _____

4. 请找出所有小于 2021 的四位数 m 且存在正整数 n , 使得 $m - n$ 是一个正质数而 $m \times n$ 是一个完全平方数。

答： _____



*Indonesia International Mathematics
Competition 2021 (Virtual)*

Indonesia, 27th July to 1st August 2021

青少年数学国际城市邀请赛

队际赛试题

29th July, 2021, Indonesia

队名: _____ 解题员: _____ ID: _____

5. 直线上依序排列点 A_1, A_2, \dots, A_{100} , 使得 $A_1A_2 = \frac{1}{1 \times 2}$ cm, $A_2A_3 = \frac{1}{2 \times 3}$ cm, $A_3A_4 = \frac{1}{3 \times 4}$ cm, ..., $A_{99}A_{100} = \frac{1}{99 \times 100}$ cm。如果线段 A_mA_n 的长度是 $\frac{1}{15}$ cm, 其中 $1 \leq m < n \leq 100$, 请问满足上述条件的 $m+n$ 之最大可能值是什么?

答: _____



*Indonesia International Mathematics
Competition 2021 (Virtual)*

Indonesia, 27th July to 1st August 2021

青少年数学国际城市邀请赛

队际赛试题

29th July, 2021, Indonesia

队名: _____ 解题员: _____ ID: _____

6. 将 1、2、3、...、10 涂上四种颜色，使得差为质数的每对整数所涂的颜色必须不同，请问我们总共有多少种涂色的方法？

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

答: _____ 种



Indonesia International Mathematics
Competition 2021 (Virtual)

Indonesia, 27th July to 1st August 2021

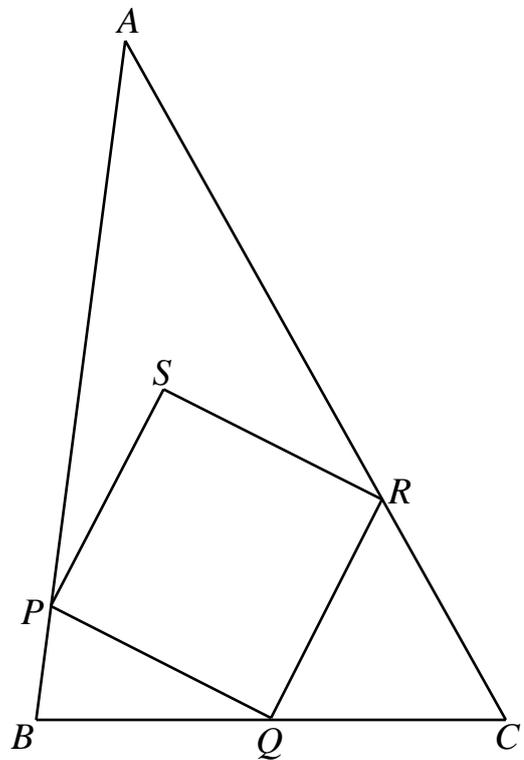
青少年数学国际城市邀请赛

队际赛试题

29th July, 2021, Indonesia

队名: _____ 解题员: _____ ID: _____

7. 在三角形 ABC 中, $AB=60$ 、 $AC=68$ 。若 $PQRS$ 为正方形, 其中 $AP=50$ 、 $AR=46$ 且点 Q 是 BC 的中点, 如图所示。请问正方形 $PQRS$ 的面积与三角形 ABC 的面积之比值是什么?



答: _____ :



Indonesia International Mathematics
Competition 2021 (Virtual)

Indonesia, 27th July to 1st August 2021

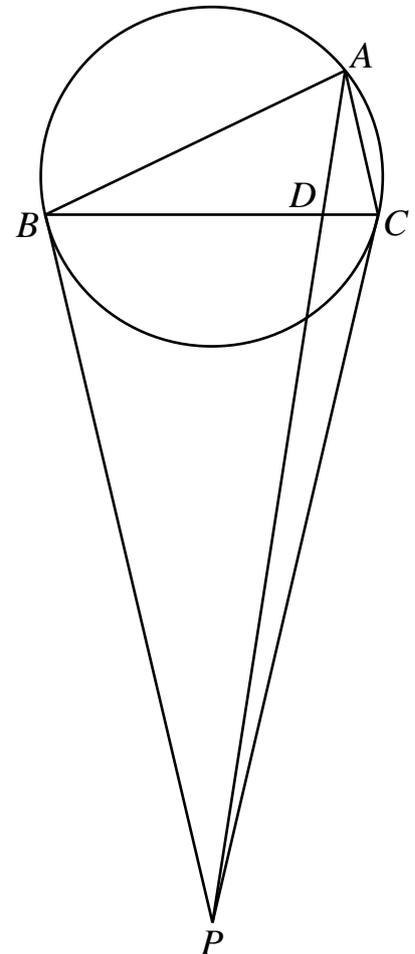
青少年数学国际城市邀请赛

队际赛试题

29th July, 2021, Indonesia

队名: _____ 解题员: _____ ID: _____

8. 已知锐角三角形 ABC 内接于圆 Γ 。点 P 是圆 Γ 外一点,使得 PB 、 PC 与圆 Γ 相切。其中 AP 与 BC 相交于点 D 。若 $\frac{BD}{CD} = 5$, 请问 $\frac{AB}{AC}$ 之值是什么?



答: _____



*Indonesia International Mathematics
Competition 2021 (Virtual)*
Indonesia, 27th July to 1st August 2021

青少年数学国际城市邀请赛
队际赛试题

29th July, 2021, Indonesia

队名: _____ 解题员: _____ ID: _____

9. 如果正整数 $n > 1$ 满足以下性质则称它是个有趣数：

若 p 是 n 的质因子，则 $2p+1$ 是 n 的因子。

请问最小有趣数的正因子之总个数是什么？

答: _____



*Indonesia International Mathematics
Competition 2021 (Virtual)*

Indonesia, 27th July to 1st August 2021

青少年数学国际城市邀请赛

队际赛试题

29th July, 2021, Indonesia

队名： _____ 解题员： _____ ID： _____

10. 把 2021 表示成 1、2、4、8、16、32、64、128、256、512、1024 的和，若允许这十一个数中的任一个数最多出现两次，请问总共有多少种不同的表示法？加式中顺序不同的排列视为同一种表示法，例如， $2+1+1$ 与 $1+2+1$ 视为 4 的同一种表示法。

答： _____ 种不同的表示法