



*Indonesia International Mathematics
Competition 2021 (Virtual)*
Indonesia, 27th July to 1st August 2021

青少年數學國際城市邀請賽
隊際賽試題

答題時間：70 分鐘

答題指引：

- 隊際賽試題答題時間共 70 分鐘，共 10 頁，每頁一題。
第 1、3、5、7、9 題的答案僅須填寫阿拉伯數值；(中文數字不予計分)
第 2、4、6、8、10 題必須填寫詳細計算過程或證明。
- 每道題目 40 分。奇數題號的題目，沒有部分分數，答錯不倒扣分數。您所填入的答案個數不得多於所要求的答案個數。若題目有不只一個答案，則全部答對才給分。偶數題號的題目，將根據答題情況給予部份分數。
- 題目中所提供之圖形只是示意圖，不一定精準。

作答須知：

- 請在每一張題目卷的對應位置填寫您的隊名。
- 請將每一題的答案填寫在每一張題目卷所附的空格內或背面空白處。
- 在一開始的 10 分鐘內，四名隊員允許互相討論與分配前八題，每位隊員至少要解答一題。
- 在接下來的 35 分鐘內，四名隊員僅允許在所分配到的題目卷上作答，不可以再交換題目或討論。
- 在最後的 25 分鐘內，四名隊員可一起合作在最後兩題的題目卷上作答。
- 不得使用任何計算器具、電子儀器與量角器。
- 答題結束後，請將您的題目卷、答案卷與所有計算紙裝入信封並交由監試人員收回。

Traditional Chinese Version
正體中文版

隊名： _____



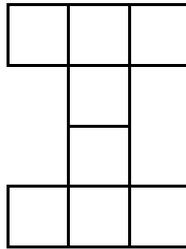
Indonesia International Mathematics
Competition 2021 (Virtual)
Indonesia, 27th July to 1st August 2021

青少年數學國際城市邀請賽
隊際賽試題

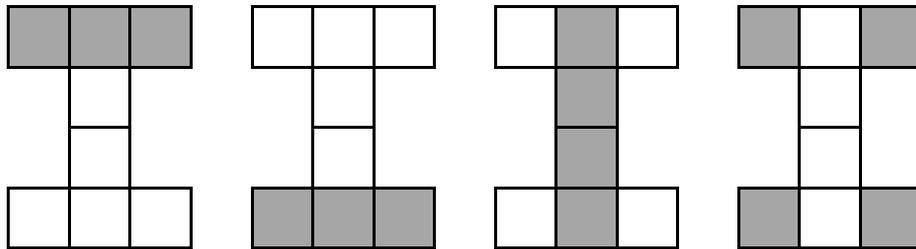
29th July, 2021, Indonesia

隊名：_____ 解題人：_____ ID：_____

1. 考慮如下圖的“T”形：



請問有多少種方法可以把數 -1 、 -1 、 -1 、 0 、 0 、 1 、 1 、 1 填入這些小方格內，使得每個小方格內恰填一個數，並且每行、每列與四個角落的和都相同(如下圖所示)？



答：_____ 種方法



*Indonesia International Mathematics
Competition 2021 (Virtual)*

Indonesia, 27th July to 1st August 2021

青少年數學國際城市邀請賽

隊際賽試題

29th July, 2021, Indonesia

隊名： _____ 解題人： _____ ID： _____

2. 已知實數 x 與 y 使得：

$$\begin{cases} x^2 + 5xy + y^2 = 7 \\ x^2y + xy^2 = 2 \\ x + y \neq 2 \end{cases}$$

請問 $x^2 + y^2$ 的所有可能值是什麼？

答： _____



Indonesia International Mathematics
Competition 2021 (Virtual)

Indonesia, 27th July to 1st August 2021

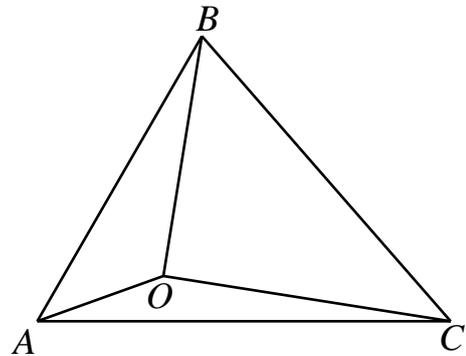
青少年數學國際城市邀請賽

隊際賽試題

29th July, 2021, Indonesia

隊名：_____ 解題人：_____ ID：_____

3. 已知點 O 是三角形 ABC 內部一點使得 $\angle ABO = \angle CAO$ 、 $\angle BAO = \angle BCO$ 且 $\angle BOC = 90^\circ$ 。若 $AC = 2\text{ cm}$ ，請問 OC 的長度為多少 cm ？



答：_____ cm



*Indonesia International Mathematics
Competition 2021 (Virtual)*
Indonesia, 27th July to 1st August 2021

青少年數學國際城市邀請賽

隊際賽試題

29th July, 2021, Indonesia

隊名： _____ 解題人： _____ ID： _____

4. 請找出所有小於 2021 的四位數 m 且存在正整數 n ，使得 $m - n$ 是一個正質數而 $m \times n$ 是一個完全平方數。

答： _____



*Indonesia International Mathematics
Competition 2021 (Virtual)*

Indonesia, 27th July to 1st August 2021

青少年數學國際城市邀請賽

隊際賽試題

29th July, 2021, Indonesia

隊名：_____ 解題人：_____ ID：_____

5. 直線上依序排列點 A_1, A_2, \dots, A_{100} ，使得 $A_1A_2 = \frac{1}{1 \times 2}$ cm, $A_2A_3 = \frac{1}{2 \times 3}$ cm, $A_3A_4 = \frac{1}{3 \times 4}$ cm, ..., $A_{99}A_{100} = \frac{1}{99 \times 100}$ cm。如果線段 A_mA_n 的長度是 $\frac{1}{15}$ cm，其中 $1 \leq m < n \leq 100$ ，請問滿足上述條件的 $m+n$ 之最大可能值是什麼？

答：_____



*Indonesia International Mathematics
Competition 2021 (Virtual)*
Indonesia, 27th July to 1st August 2021

青少年數學國際城市邀請賽

隊際賽試題

29th July, 2021, Indonesia

隊名： _____ 解題人： _____ ID： _____

6. 將 1、2、3、...、10 塗上四種顏色，使得差為質數的每對整數所塗的顏色必須不同，請問我們總共有多少種塗色的方法？

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

答： _____ 種



Indonesia International Mathematics
Competition 2021 (Virtual)

Indonesia, 27th July to 1st August 2021

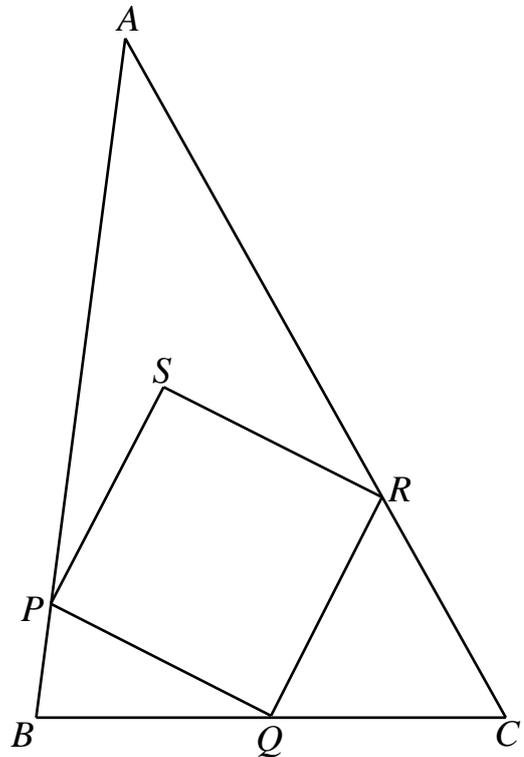
青少年數學國際城市邀請賽

隊際賽試題

29th July, 2021, Indonesia

隊名： _____ 解題人： _____ ID： _____

7. 在三角形 ABC 中， $AB=60$ 、 $AC=68$ 。若 $PQRS$ 為正方形，其中 $AP=50$ 、 $AR=46$ 且點 Q 是 BC 的中點，如圖所示。請問正方形 $PQRS$ 的面積與三角形 ABC 的面積之比值是什麼？



答： _____ :



Indonesia International Mathematics
Competition 2021 (Virtual)

Indonesia, 27th July to 1st August 2021

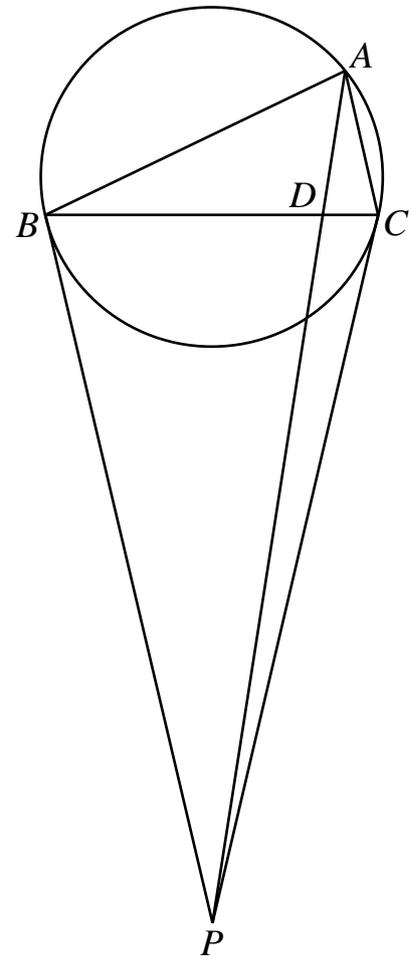
青少年數學國際城市邀請賽

隊際賽試題

29th July, 2021, Indonesia

隊名：_____ 解題人：_____ ID：_____

8. 已知銳角三角形 ABC 內接於圓 Γ 。點 P 是圓 Γ 外一點，使得 PB 、 PC 與圓 Γ 相切。其中 AP 與 BC 相交於點 D 。若 $\frac{BD}{CD} = 5$ ，請問 $\frac{AB}{AC}$ 之值是什麼？



答：_____



*Indonesia International Mathematics
Competition 2021 (Virtual)*

Indonesia, 27th July to 1st August 2021

青少年數學國際城市邀請賽

隊際賽試題

29th July, 2021, Indonesia

隊名： _____ 解題人： _____ ID： _____

9. 如果正整數 $n > 1$ 滿足以下性質則稱它是個有趣數：

若 p 是 n 的質因數，則 $2p+1$ 是 n 的因數。

請問最小有趣數的正因數之總個數是什麼？

答： _____



*Indonesia International Mathematics
Competition 2021 (Virtual)*

Indonesia, 27th July to 1st August 2021

青少年數學國際城市邀請賽

隊際賽試題

29th July, 2021, Indonesia

隊名： _____ 解題人： _____ ID： _____

10. 把 2021 表示成 1、2、4、8、16、32、64、128、256、512、1024 的和，若允許這十一個數中的任一個數最多出現兩次，請問總共有多少種不同的表示法？加式中順序不同的排列視為同一種表示法，例如， $2+1+1$ 與 $1+2+1$ 視為 4 的同一種表示法。

答： _____ 種不同的表示法