

注意：

允许学生个人、非营利性的图书馆或公立学校合理使用 IMC 各项试题及其解答。可直接下载而不须申请。

重版、系统地复制或大量重制本资料的任何部分，必须获得 IMC 行政委员会的授权许可。

申请此项授权请电邮 IMC 行政委员会主席孙文先

ccmp@seed.net.tw

Notice:

Individual students, nonprofit libraries, or schools are permitted to make fair use of the papers and its solutions. Republication, systematic copying, or multiple reproduction of any part of this material is permitted only under license from the IMC Executive Board. Requests for such permission should be made by e-mailing Mr. Wen-Hsien SUN ccmp@seed.net.tw



*Indonesia International
Mathematics Competition 2022
(Virtual)*

Indonesia, 30th June to 6th July 2022

青少年数学国际城市邀请赛

个人赛试题

答题时间：120 分钟

答题指引：

- 个人赛试题答题时间共 120 分钟，包括两个部份：
第一部份包括填充题 12 题，只须填写阿拉伯数值答案(中文数字不予计分)；
第二部份包括计算与证明题 3 题，必须填写详细计算过程或证明。
- 第一部份每道题目 5 分，没有部分分数，答错不倒扣分数。您所填入的答案个数不得多于所要求的答案个数。若题目有不只一个答案，则全部答对才给分。
第二部份每道题目 20 分，将根据答题情况给予部份分数。
- 题目中所提供之图形只是示意图，不一定精准。

作答须知：

- 请在本页的对应位置填写您的队名、姓名及编号。
- 第一部份填充题，请将答案填写在答案卷所附的空格内。
第二部份计算与证明题，请在答案卷指定空白处写出计算或证明过程。
- 可使用 HB、B、2B 铅笔、蓝色或黑色原子笔作答。
- 不得使用任何计算器具、电子仪器与量角器。
- 答题结束后，请将您的题目卷、答案卷与所有草稿纸装入信封并交由监试人员收回。

Simplified Chinese Version
简体中文版

队名：_____ 姓名：_____ 编号：_____

第一部份：

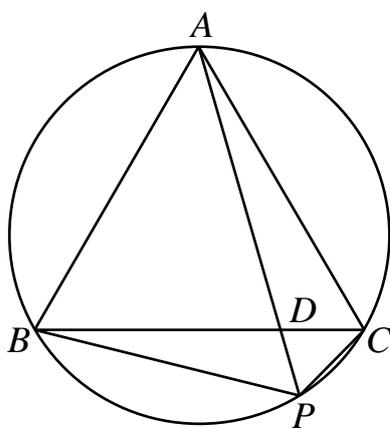
填充题，请将答案填写在题末所附的空格内，共十二题，每题 5 分。

1. 已知方程 $x^2 + px + q = 0$ 有两个正整数解。若 $p + q = 16$ ，请问 q 的值是什么？

2. 请问有多少个正整数 n 使得 $n^2 + n$ 恰有 6 个正因子？

3. 设 a, b, c 是正实数，使得表达式 $\frac{3a^2 + b^2 + 3c^2}{ab + bc + ac}$ 取到最小值。若 $abc = 432$ ，请问 $3a + b + 3c$ 的值是什么？

4. 如下图所示， P 是正三角形 ABC 的外接圆上一点，并且 $PB = 24\text{cm}$ 、 $PC = 8\text{cm}$ 。 AP 与 BC 相交于 D 。请问 PD 的长度为多少 cm ？

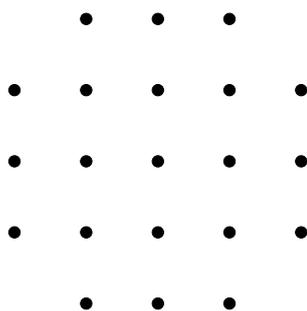


5. 设正整数 a, b, c, d 满足 $0 < a < b < c < d < 2022$ 、 $a + d = b + c$ 与 $bc - ad = 2021$ 。请问共有多少组满足条件的有序四元数组 (a, b, c, d) ？

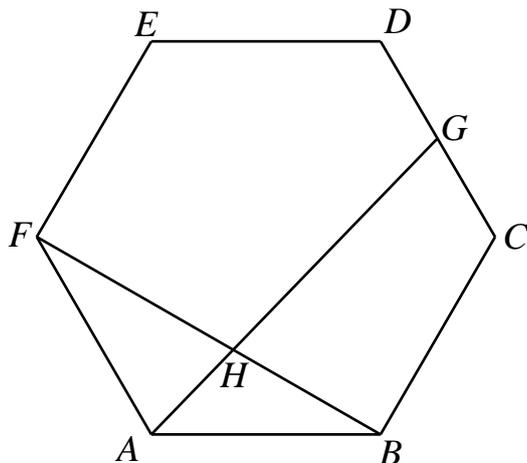
6. 设 $f(n)$ 表示正整数数列 $1, 2, 3, 4, \dots, n$ 中数码 2 出现的次数。例如： $f(23) = 7$ ，这是由于整数 $2, 12, 20, 21, 23$ 中各有一个数码 2，而 22 中有两个数码 2，因此 $f(23) = 5 + 2 = 7$ 。请找一个正整数 n 使得 $f(n) = n$ 。

7. 设 a 与 b 是方程 $x^2 + 2018x + 1 = 0$ 的两个相异根、而 c 与 d 是方程 $x^2 - 2022x + 1 = 0$ 的两个相异根。请问 $(a + c)(a - d)(b + c)(b - d)$ 之值是什么？

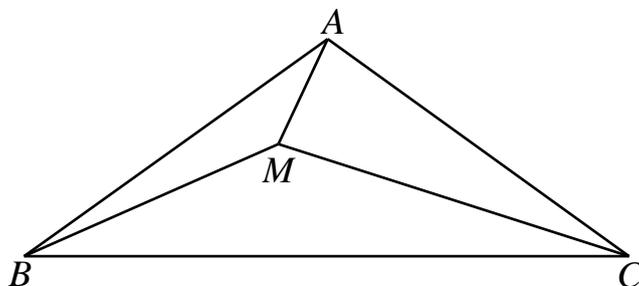
8. 在下图所示的格点阵中，请问总共有多少种方法可以选择其中三个不同的点，使得它们构成一个三角形？



9. 已知 $ABCDEF$ 是正六边形, G 是 CD 的中点, H 是 AG 与 BF 的交点, 如下图所示。如果 BF 的长度是 140 cm, 请问 BH 的长度是多少 cm?



10. 圆周上依序写上了一千个非 0 的数 $x_1, x_2, x_3, x_4, \dots, x_{1000}$ 。其中每个奇数位上的数等于它的两个邻居数之和, 每个偶数位上的数等于它的两个邻居数之乘积。请问这一千个数的总和之可能值是多少?
11. 请问有多少个 10 位数的正整数它的所有数码和是 20 并且它的所有数码的乘积是 120?
12. 在等腰三角形 ABC 中, $AB = AC$ 、 $\angle A = 108^\circ$, 如下图所示。设 M 是 ABC 内部一点, 使得 $\angle MAB = 30^\circ$ 且 $\angle MBA = 12^\circ$ 。请问 $\angle MCB$ 为多少度数?





*Indonesia International
Mathematics Competition 2022
(Virtual)*

Indonesia, 30th June to 6th July 2022

青少年数学国际城市邀请赛
个人赛试题第二部分

2nd July, 2022, Indonesia

队名: _____ 姓名: _____ 编号: _____

第二部份:

计算与证明题, 请在题目下空白处写出计算或证明过程。共三题, 每题 20 分。

1. 小安与小柏两人在一个 6×8 的棋盘上玩游戏。棋盘上每个小方格内各有一枚棋子。由小安先操作, 然后两个人轮流操作。轮到小安操作时, 她可以选择拿走在同行或者同列的两枚相邻的棋子。轮到小柏操作时, 他可以拿走任意一枚棋子。然而, 一旦小安无法再继续拿走两枚相邻的棋子, 则小柏可获得棋盘上剩余的所有棋子。请问小柏保证能拿到的棋子枚数之最大值是什么?

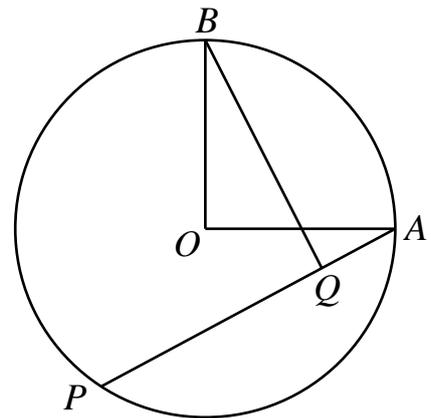
答: _____

青少年数学国际城市邀请赛
个人赛试题第二部分

2nd July, 2022, Indonesia

队名: _____ 姓名: _____ 编号: _____

2. 设 OA 与 OB 是圆心在点 O 的一个圆之两条半径，且 $OA \perp OB$ ，如下图所示。令 P 是圆周上的一点、 Q 是 AP 上一点使得 $AP = 4AQ$ 。若 $OA = 8\text{cm}$ ，请问 BQ 的最小可能长度是多少 cm ？



答: _____ cm



*Indonesia International
Mathematics Competition 2022
(Virtual)*

Indonesia, 30th June to 6th July 2022

青少年数学国际城市邀请赛
个人赛试题第二部分

2nd July, 2022, Indonesia

队名: _____ 姓名: _____ 编号: _____

3. 在四位数 \overline{abcd} 中, $a, c \neq 0$, 使得 $\frac{\sqrt{\overline{abcd}}}{\sqrt{\overline{ab}} + \sqrt{\overline{cd}}}$ 是一个有理数。请问 \overline{abcd} 的所有可能值是什么?

答: _____