

注意：

允許學生個人、非營利性的圖書館或公立學校合理使用 IMC 各項試題及其解答。可直接下載而不須申請。

重版、系統地複製或大量重製本資料的任何部分，必須獲得 IMC 行政委員會的授權許可。

申請此項授權請電郵 IMC 行政委員會主席孫文先

ccmp@seed.net.tw

Notice:

Individual students, nonprofit libraries, or schools are permitted to make fair use of the papers and its solutions. Republication, systematic copying, or multiple reproduction of any part of this material is permitted only under license from the IMC Executive Board. Requests for such permission should be made by e-mailing Mr. Wen-Hsien SUN ccmp@seed.net.tw



*Indonesia International
Mathematics Competition 2022
(Virtual)*

Indonesia, 30th June to 6th July 2022

青少年數學國際城市邀請賽

個人賽試題

答題時間：120 分鐘

答題指引：

- 個人賽試題答題時間共 120 分鐘，包括兩個部份：
第一部份包括填充題 12 題，只須填寫阿拉伯數值答案(中文數字不予計分)；
第二部份包括計算與證明題 3 題，必須填寫詳細計算過程或證明。
- 第一部份每道題目 5 分，沒有部分分數，答錯不倒扣分數。您所填入的答案個數不得多於所要求的答案個數。若題目有不只一個答案，則全部答對才給分。
第二部份每道題目 20 分，將根據答題情況給予部份分數。
- 題目中所提供之圖形只是示意圖，不一定精準。

作答須知：

- 請在本頁的對應位置填寫您的隊名、姓名及編號。
- 第一部份填充題，請將答案填寫在答案卷所附的空格內。
第二部份計算與證明題，請在答案卷指定空白處寫出計算或證明過程。
- 可使用 HB、B、2B 鉛筆、藍色或黑色原子筆作答。
- 不得使用任何計算器具、電子儀器與量角器。
- 答題結束後，請將您的題目卷、答案卷與所有草稿紙裝入信封並交由監試人員收回。

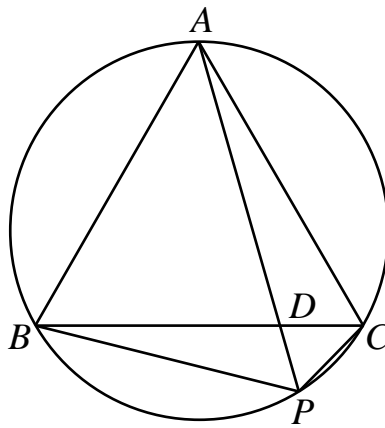
Traditional Chinese Version
正體中文版

隊名：_____ 姓名：_____ 編號：_____

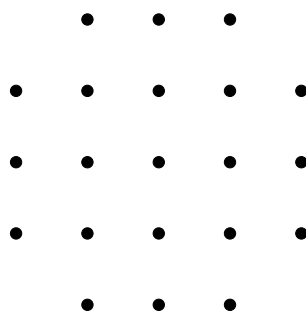
第一部份：

填充題，請將答案填寫在題末所附的空格內，共十二題，每題 5 分。

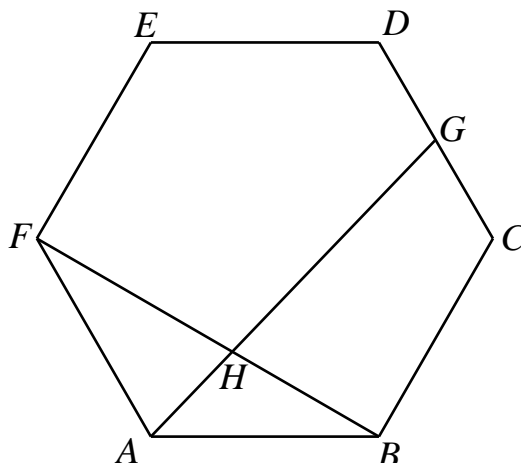
1. 已知方程 $x^2 + px + q = 0$ 有兩個正整數解。若 $p + q = 16$ ，請問 q 的值是什麼？
2. 請問有多少個正整數 n 使得 $n^2 + n$ 恰有 6 個正因數？
3. 設 a, b, c 是正實數，使得運算式 $\frac{3a^2 + b^2 + 3c^2}{ab + bc + ac}$ 取到最小值。若 $abc = 432$ ，請問 $3a + b + 3c$ 的值是什麼？
4. 如下圖所示， P 是正三角形 ABC 的外接圓上一點，並且 $PB = 24\text{cm}$ 、 $PC = 8\text{cm}$ 。 AP 與 BC 相交於 D 。請問 PD 的長度為多少 cm ？



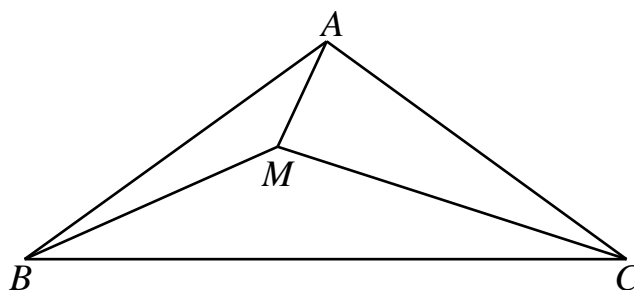
5. 設正整數 a, b, c, d 滿足 $0 < a < b < c < d < 2022$ 、 $a + d = b + c$ 與 $bc - ad = 2021$ 。請問共有多少組滿足條件的有序四元數組 (a, b, c, d) ？
6. 設 $f(n)$ 表示正整數數列 $1, 2, 3, 4, \dots, n$ 中數碼 2 出現的次數。例如： $f(23) = 7$ ，這是由於整數 $2, 12, 20, 21, 23$ 中各有一個數碼 2，而 22 中有兩個數碼 2，因此 $f(23) = 5 + 2 = 7$ 。請找一個正整數 n 使得 $f(n) = n$ 。
7. 設 a 與 b 是方程 $x^2 + 2018x + 1 = 0$ 的兩個相異根、而 c 與 d 是方程 $x^2 - 2022x + 1 = 0$ 的兩個相異根。請問 $(a + c)(a - d)(b + c)(b - d)$ 之值是什麼？
8. 在下圖所示的格點陣中，請問總共有多少種方法可以選擇其中三個不同的點，使得它們構成一個三角形？



9. 已知 $ABCDEF$ 是正六邊形， G 是 CD 的中點， H 是 AG 與 BF 的交點，如下圖所示。如果 BF 的長度是 140 cm，請問 BH 的長度是多少 cm？



10. 圓周上依序寫上了一千個非 0 的數 $x_1, x_2, x_3, x_4, \dots, x_{1000}$ 。其中每個奇數位上的數等於它的兩個鄰居數之和，每個偶數位上的數等於它的兩個鄰居數之乘積。請問這一千個數的總和之可能值是多少？
11. 請問有多少個 10 位數的正整數它的所有數碼和是 20 並且它的所有數碼的乘積是 120？
12. 在等腰三角形 ABC 中， $AB = AC$ 、 $\angle A = 108^\circ$ ，如下圖所示。設 M 是 ABC 內部一點，使得 $\angle MAB = 30^\circ$ 且 $\angle MBA = 12^\circ$ 。請問 $\angle MCB$ 為多少度數？





*Indonesia International
Mathematics Competition 2022
(Virtual)*

Indonesia, 30th June to 6th July 2022

青少年數學國際城市邀請賽

個人賽試題第二部分

2nd July, 2022, Indonesia

隊名: _____ 姓名: _____ 編號: _____

第二部份：

計算與證明題，請在題目下空白處寫出計算或證明過程。共三題，每題 20 分。

1. 小安與小柏兩人在一個 6×8 的棋盤上玩遊戲。棋盤上每個小方格內各有一枚棋子。由小安先操作，然後兩個人輪流操作。輪到小安操作時，她可以選擇拿走在同行或者同列的兩枚相鄰的棋子。輪到小柏操作時，他可以拿走任意一枚棋子。然而，一旦小安無法再繼續拿走兩枚相鄰的棋子，則小柏可獲得棋盤上剩餘的所有棋子。請問小柏保證能拿到的棋子枚數之最大值是什麼？

答： _____

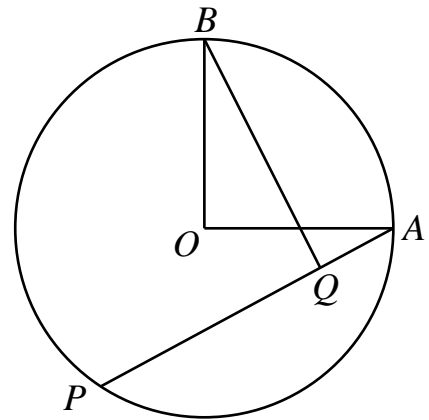
青少年數學國際城市邀請賽

個人賽試題第二部分

2nd July, 2022, Indonesia

隊名：_____ 姓名：_____ 編號：_____

2. 設 OA 與 OB 是圓心在點 O 的一個圓之兩條半徑，且 $OA \perp OB$ ，如下圖所示。令 P 是圓周上的一點、 Q 是 AP 上一點使得 $AP = 4AQ$ 。若 $OA = 8\text{cm}$ ，請問 BQ 的最小可能長度是多少 cm ？



答：_____ cm



*Indonesia International
Mathematics Competition 2022
(Virtual)*

Indonesia, 30th June to 6th July 2022

青少年數學國際城市邀請賽

個人賽試題第二部分

2nd July, 2022, Indonesia

隊名：_____ 姓名：_____ 編號：_____

3. 在四位數 \overline{abcd} 中， $a, c \neq 0$ ，使得 $\frac{\sqrt{\overline{abcd}}}{\sqrt{\overline{ab}} + \sqrt{\overline{cd}}}$ 是一個有理數。請問 \overline{abcd} 的所有可能值是什麼？

答：_____