

注意：

允许学生个人、非营利性的图书馆或公立学校合理使用 IMC 各项试题及其解答。可直接下载而不须申请。

重版、系统地复制或大量重制本资料的任何部分，必须获得 IMC 行政委员会的授权许可。

申请此项授权请电邮 IMC 行政委员会主席孙文先

[ccmp@seed.net.tw](mailto:ccmp@seed.net.tw)

**Notice:**

**Individual students, nonprofit libraries, or schools are permitted to make fair use of the papers and its solutions. Republication, systematic copying, or multiple reproduction of any part of this material is permitted only under license from the IMC Executive Board. Requests for such permission should be made by e-mailing Mr. Wen-Hsien SUN [ccmp@seed.net.tw](mailto:ccmp@seed.net.tw)**



*Indonesia International  
Mathematics Competition 2022  
(Virtual)*

Indonesia, 30<sup>th</sup> June to 6<sup>th</sup> July 2022

## 青少年数学国际城市邀请赛

### 队际赛试题

答题时间：70 分钟

#### 答题指引：

- 队际赛试题答题时间共 70 分钟，共 10 页，每页一题。  
第 1、3、5、7、9 题的答案仅须填写阿拉伯数值；(中文数字不予计分)  
第 2、4、6、8、10 题必须填写详细计算过程或证明。
- 每道题目 40 分。奇数题号的题目，没有部分分数，答错不倒扣分数。您所填入的答案个数不得多于所要求的答案个数。若题目有不只一个答案，则全部答对才给分。偶数题号的题目，将根据答题情况给予部份分数。
- 题目中所提供之图形只是示意图，不一定精准。

#### 作答须知：

- 请在每一张题目卷的对应位置填写您的队名。
- 请将每一题的答案填写在每一张题目卷所附的空格内或背面空白处。
- 在一开始的 10 分钟内，四名队员允许互相讨论与分配前八题，每位队员至少要解答一题。
- 在接下来的 35 分钟内，四名队员仅允许在所分配到的题目卷上作答，不可以再交换题目或讨论。
- 在最后的 25 分钟内，四名队员可一起合作在最后两题的题目卷上作答。
- 不得使用任何计算器具、电子仪器与量角器。
- 答题结束后，请将您的题目卷、答案卷与所有计算纸装入信封并交由监试人员收回。

Simplified Chinese Version

简体中文版

队名： \_\_\_\_\_



*Indonesia International  
Mathematics Competition 2022  
(Virtual)*

Indonesia, 30<sup>th</sup> June to 6<sup>th</sup> July 2022

青少年数学国际城市邀请赛

队际赛试题

2<sup>nd</sup> July, 2022, Indonesia

队名: \_\_\_\_\_ 解题人: \_\_\_\_\_ ID: \_\_\_\_\_

1. 如果一个数从左向右读与从右向左读相同，则称它为一个回文数。  
请问总共有多少个 11 位数的回文数可被 101 整除？

答: \_\_\_\_\_ 个



*Indonesia International  
Mathematics Competition 2022  
(Virtual)*

Indonesia, 30<sup>th</sup> June to 6<sup>th</sup> July 2022

青少年数学国际城市邀请赛

队际赛试题

2<sup>nd</sup> July, 2022, Indonesia

队名: \_\_\_\_\_ 解题人: \_\_\_\_\_ ID: \_\_\_\_\_

2. 定义在实数集上的函数  $f(x)$  满足条件:  $f(x) + 2f(y) = 3f\left(\frac{x+2y}{3}\right)$ , 对于所有实数  $x$  与  $y$  成立。已知  $f(2) = 1$  且  $f(5) = 7$ , 请问  $f(2022)$  之值是什么?

答: \_\_\_\_\_



*Indonesia International  
Mathematics Competition 2022  
(Virtual)*

Indonesia, 30<sup>th</sup> June to 6<sup>th</sup> July 2022

青少年数学国际城市邀请赛

队际赛试题

2<sup>nd</sup> July, 2022, Indonesia

队名: \_\_\_\_\_ 解题人: \_\_\_\_\_ ID: \_\_\_\_\_

3. 印度尼西亚有一家高科技公司发明一种安全气囊可以从高楼抛下而不破裂。一位工程师想在印度尼西亚目前最高的 75 层摩天大楼 Autograph Tower Thamrin Nine 进行测试。他的目标是找出从这栋楼抛下这种安全气囊而不会破裂的最高楼层。工程师只制作了两个完全相同的这种安全气囊之原型产品用来做测试，它可以从这栋摩天大楼的任何一层抛下。如果安全气囊抛下后没有破裂，则可以继续使用并且不会造成任何质量的损伤。但如果在工程师在确定这个最高楼层之前，两个安全气囊都已破裂，则这次测试就算失败。为了确定最高楼层，请问工程师必须最少抛下安全气囊多少次？

答: \_\_\_\_\_ 次



Indonesia International  
Mathematics Competition 2022  
(Virtual)

Indonesia, 30<sup>th</sup> June to 6<sup>th</sup> July 2022

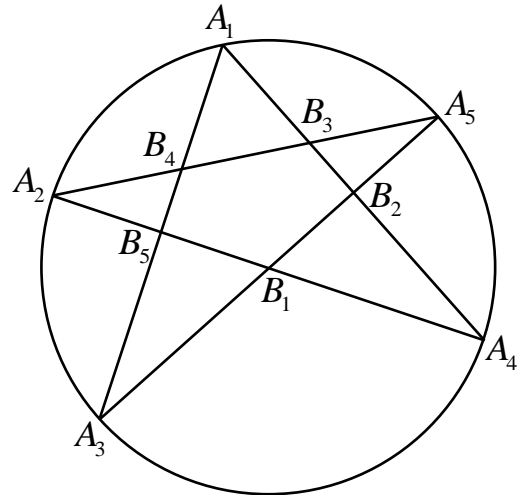
青少年数学国际城市邀请赛

队际赛试题

2<sup>nd</sup> July, 2022, Indonesia

队名: \_\_\_\_\_ 解题人: \_\_\_\_\_ ID: \_\_\_\_\_

4. 点  $A_1$ 、 $A_2$ 、 $A_3$ 、 $A_4$ 、 $A_5$  位于一个单位圆的圆周上，且  $\angle A_5 A_2 A_4 = \angle A_1 A_3 A_5 = \angle A_2 A_4 A_1 = \angle A_3 A_5 A_2 = 30^\circ$ 。设  $A_2 A_4$  与  $A_3 A_5$ 、 $A_3 A_5$  与  $A_4 A_1$ 、 $A_4 A_1$  与  $A_5 A_2$ 、 $A_5 A_2$  与  $A_1 A_3$  分别交于点  $B_1$ 、 $B_2$ 、 $B_3$ 、 $B_4$ 、 $B_5$ ，如下图所示。请问五边形  $B_1 B_2 B_3 B_4 B_5$  的面积为多少平方单位？



答: \_\_\_\_\_



*Indonesia International  
Mathematics Competition 2022  
(Virtual)*

Indonesia, 30<sup>th</sup> June to 6<sup>th</sup> July 2022

青少年数学国际城市邀请赛

队际赛试题

2<sup>nd</sup> July, 2022, Indonesia

队名: \_\_\_\_\_ 解题人: \_\_\_\_\_ ID: \_\_\_\_\_

5. 已知  $ax + by = 7$ 、 $ax^2 + by^2 = 49$ 、 $ax^3 + by^3 = 133$ 、 $ax^4 + by^4 = 406$ 。  
请问  $2022(x + y) + 7(a + b) + 2xy$  的数值是什么？

答: \_\_\_\_\_



*Indonesia International  
Mathematics Competition 2022  
(Virtual)*

Indonesia, 30<sup>th</sup> June to 6<sup>th</sup> July 2022

青少年数学国际城市邀请赛

队际赛试题

2<sup>nd</sup> July, 2022, Indonesia

队名: \_\_\_\_\_ 解题人: \_\_\_\_\_ ID: \_\_\_\_\_

6. 排列 1、2、3、4、5、6、7 使得任何两个相邻的数之和都是质数，请问共有多少种不同的排列方法？

答: \_\_\_\_\_ 种排列方法





*Indonesia International  
Mathematics Competition 2022  
(Virtual)*

Indonesia, 30<sup>th</sup> June to 6<sup>th</sup> July 2022

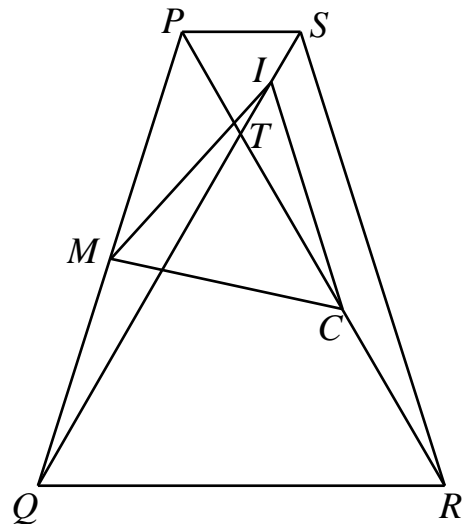
青少年数学国际城市邀请赛

队际赛试题

2<sup>nd</sup> July, 2022, Indonesia

队名: \_\_\_\_\_ 解题人: \_\_\_\_\_ ID: \_\_\_\_\_

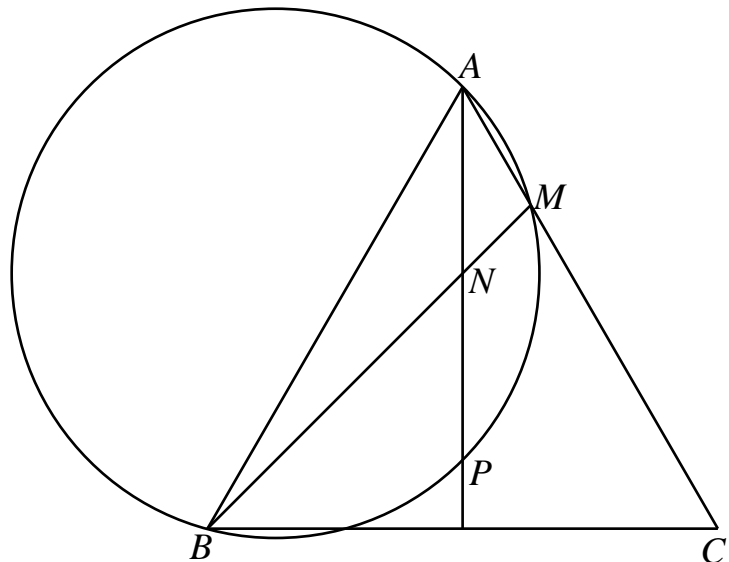
7. 在梯形  $PQRS$  中,  $PS \parallel QR$  且  $T$  是  $PR$  与  $QS$  的交点。设  $I$ 、 $M$ 、 $C$  分别是  $ST$ 、 $PQ$ 、 $RT$  的中点, 如下图所示。已知  $\angle STR = 120^\circ$ 、 $\angle SQR = \angle SPR$ , 并且三角形  $IMC$  的面积为  $1024\sqrt{3} \text{ cm}^2$ , 请问  $PQ$  的长度为多少  $\text{cm}$ ?



答: \_\_\_\_\_ cm

队名: \_\_\_\_\_ 解题人: \_\_\_\_\_ ID: \_\_\_\_\_

8. 等边三角形  $ABC$  中, 点  $M$ 、 $N$  分别在  $AC$ 、 $BM$  上使得  $\angle ABM = 15^\circ$ 、 $\angle BAN = 30^\circ$ , 如下图所示。若  $P$  是直线  $AN$  与三角形  $ABM$  的外接圆之交点。请证明  $AN = NP$ 。





*Indonesia International  
Mathematics Competition 2022  
(Virtual)*

Indonesia, 30<sup>th</sup> June to 6<sup>th</sup> July 2022

青少年数学国际城市邀请赛

队际赛试题

2<sup>nd</sup> July, 2022, Indonesia

队名: \_\_\_\_\_ 解题人: \_\_\_\_\_ ID: \_\_\_\_\_

9. 请问满足下列条件的有序正整数对 $(a, b)$ 总共有多少对?

- $1 \leq a, b \leq 100$  并且  $a \neq b$ 。
- $a$  是偶数。
- $(a-1) | (b-1)$ 、 $a | b$  并且  $(a+1) | (b+1)$ 。

答: \_\_\_\_\_ 对有序正整数对



*Indonesia International  
Mathematics Competition 2022  
(Virtual)*

Indonesia, 30<sup>th</sup> June to 6<sup>th</sup> July 2022

青少年数学国际城市邀请赛

队际赛试题

2<sup>nd</sup> July, 2022, Indonesia

队名: \_\_\_\_\_ 解题人: \_\_\_\_\_ ID: \_\_\_\_\_

10. 安迪构造了正整数集合的一个最小的子集  $S$  满足下列条件:

- 若  $t$  是  $S$  中的一个数, 则  $6t$  与  $6t+1$  也在  $S$  中。
- 数 1 在  $S$  中, 但是 2、3、4、5 都不在  $S$  中。

然后, 安迪计算了  $S$  中某两个不同数的和, 而且这两个数都小于 2022。  
请问安迪总共能得到多少个不同的可能和?

答: \_\_\_\_\_ 个