

注意：

允許學生個人、非營利性的圖書館或公立學校合理使用 IMC 各項試題及其解答。可直接下載而不須申請。

重版、系統地複製或大量重製本資料的任何部分，必須獲得 IMC 行政委員會的授權許可。

申請此項授權請電郵 IMC 行政委員會主席孫文先

ccmp@seed.net.tw

Notice:

Individual students, nonprofit libraries, or schools are permitted to make fair use of the papers and its solutions. Republication, systematic copying, or multiple reproduction of any part of this material is permitted only under license from the IMC Executive Board. Requests for such permission should be made by e-mailing Mr. Wen-Hsien SUN ccmp@seed.net.tw



Indonesia International Mathematics Competition 2022 (Virtual)

Indonesia, 30th June to 6th July 2022

青少年數學國際城市邀請賽

隊際賽試題

答題時間：70 分鐘

答題指引：

- 隊際賽試題答題時間共 70 分鐘，共 10 頁，每頁一題。
第 1、3、5、7、9 題的答案僅須填寫阿拉伯數值；(中文數字不予計分)
第 2、4、6、8、10 題必須填寫詳細計算過程或證明。
- 每道題目 40 分。奇數題號的題目，沒有部分分數，答錯不倒扣分數。您所填入的答案個數不得多於所要求的答案個數。若題目有不只一個答案，則全部答對才給分。偶數題號的題目，將根據答題情況給予部份分數。
- 題目中所提供之圖形只是示意圖，不一定精準。

作答須知：

- 請在每一張題目卷的對應位置填寫您的隊名。
- 請將每一題的答案填寫在每一張題目卷所附的空格內或背面空白處。
- 在一開始的 10 分鐘內，四名隊員允許互相討論與分配前八題，每位隊員至少要解答一題。
- 在接下來的 35 分鐘內，四名隊員僅允許在所分配到的題目卷上作答，不可以再交換題目或討論。
- 在最後的 25 分鐘內，四名隊員可一起合作在最後兩題的題目卷上作答。
- 不得使用任何計算器具、電子儀器與量角器。
- 答題結束後，請將您的題目卷、答案卷與所有計算紙裝入信封並交由監試人員收回。

Traditional Chinese Version

正體中文版

隊名：



*Indonesia International
Mathematics Competition 2022
(Virtual)*

Indonesia, 30th June to 6th July 2022

青少年數學國際城市邀請賽

隊際賽試題

2nd July, 2022, Indonesia

隊名： _____ 解題人： _____ ID： _____

1. 如果一個數從左向右讀與從右向左讀相同，則稱它為一個回文數。
請問總共有多少個 11 位數的回文數可被 101 整除？

答： _____ 個



*Indonesia International
Mathematics Competition 2022
(Virtual)*

Indonesia, 30th June to 6th July 2022

青少年數學國際城市邀請賽

隊際賽試題

2nd July, 2022, Indonesia

隊名： _____ 解題人： _____ ID： _____

2. 定義在實數集上的函數 $f(x)$ 滿足條件： $f(x) + 2f(y) = 3f\left(\frac{x+2y}{3}\right)$ ，對於所有實數 x 與 y 成立。已知 $f(2) = 1$ 且 $f(5) = 7$ ，請問 $f(2022)$ 之值是什麼？

答： _____



*Indonesia International
Mathematics Competition 2022
(Virtual)*

Indonesia, 30th June to 6th July 2022

青少年數學國際城市邀請賽

隊際賽試題

2nd July, 2022, Indonesia

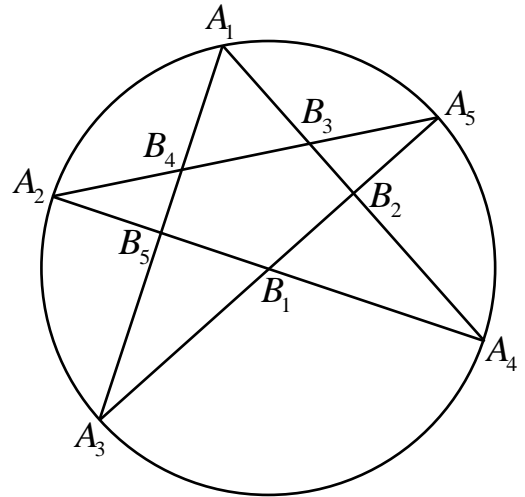
隊名： _____ 解題人： _____ ID： _____

3. 印尼有一家高科技公司發明了一種安全氣囊可以從高樓拋下而不破裂。一位工程師想在印尼目前最高的 75 層摩天大樓 Autograph Tower Thamrin Nine 進行測試。他的目標是找出從這棟樓拋下這種安全氣囊而不會破裂的最高樓層。工程師只製作了兩個完全相同的這種安全氣囊之原型產品用來做測試，它可以從這棟摩天大樓的任何一層拋下。如果安全氣囊拋下後沒有破裂，則可以繼續使用並且不會造成任何品質的損傷。但如果在工程師在確定這個最高樓層之前，兩個安全氣囊都已破裂，則這次測試就算失敗。為了確定最高樓層，請問工程師必須最少拋下安全氣囊多少次數？

答： _____ 次

隊名： _____ 解題人： _____ ID： _____

4. 點 A_1 、 A_2 、 A_3 、 A_4 、 A_5 位於一個單位圓的圓周上，且 $\angle A_5 A_2 A_4 = \angle A_1 A_3 A_5 = \angle A_2 A_4 A_1 = \angle A_3 A_5 A_2 = 30^\circ$ 。設 $A_2 A_4$ 與 $A_3 A_5$ 、 $A_3 A_5$ 與 $A_4 A_1$ 、 $A_4 A_1$ 與 $A_5 A_2$ 、 $A_5 A_2$ 與 $A_1 A_3$ 分別交於點 B_1 、 B_2 、 B_3 、 B_4 、 B_5 ，如下圖所示。請問五邊形 $B_1 B_2 B_3 B_4 B_5$ 的面積為多少平方單位？



答： _____



*Indonesia International
Mathematics Competition 2022
(Virtual)*

Indonesia, 30th June to 6th July 2022

青少年數學國際城市邀請賽

隊際賽試題

2nd July, 2022, Indonesia

隊名： _____ 解題人： _____ ID： _____

5. 已知 $ax + by = 7$ 、 $ax^2 + by^2 = 49$ 、 $ax^3 + by^3 = 133$ 、 $ax^4 + by^4 = 406$ 。
請問 $2022(x + y) + 7(a + b) + 2xy$ 的數值是什麼？

答： _____



*Indonesia International
Mathematics Competition 2022
(Virtual)*

Indonesia, 30th June to 6th July 2022

青少年數學國際城市邀請賽

隊際賽試題

2nd July, 2022, Indonesia

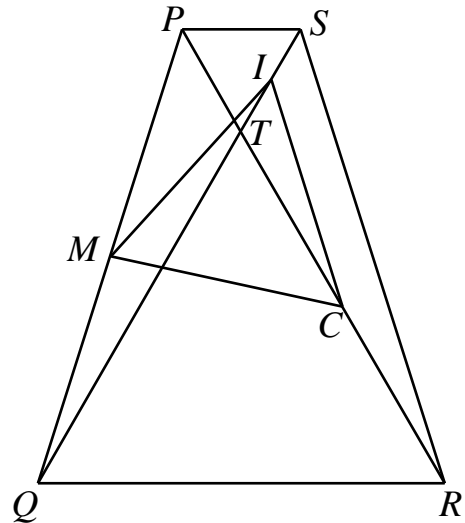
隊名： _____ 解題人： _____ ID： _____

6. 排列 1、2、3、4、5、6、7 使得任何兩個相鄰的數之和都是質數，請問共有多少種不同的排列方法？

答： _____ 種排列方法

隊名： _____ 解題人： _____ ID： _____

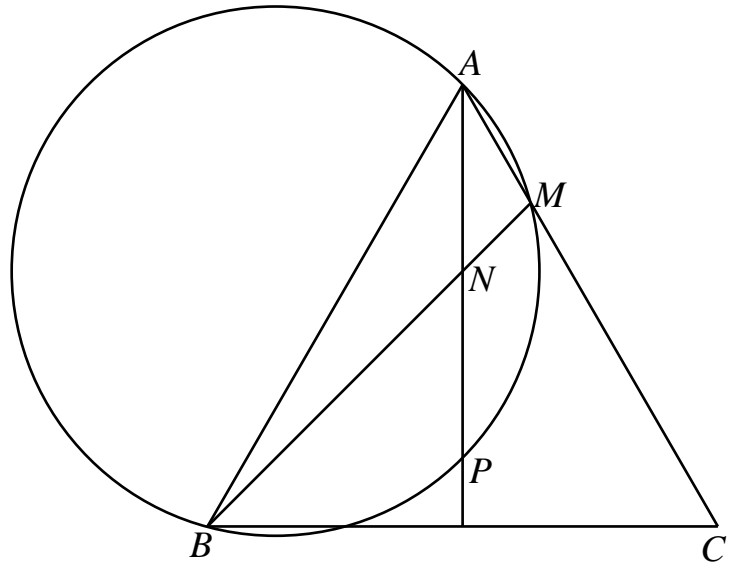
7. 在梯形 $PQRS$ 中， $PS \parallel QR$ 且 T 是 PR 與 QS 的交點。設 I 、 M 、 C 分別是 ST 、 PQ 、 RT 的中點，如下圖所示。已知 $\angle STR = 120^\circ$ 、 $\angle SQR = \angle SPR$ ，並且三角形 IMC 的面積為 $1024\sqrt{3} \text{ cm}^2$ ，請問 PQ 的長度為多少 cm ？



答： _____ cm

隊名： _____ 解題人： _____ ID： _____

8. 等邊三角形 ABC 中，點 M 、 N 分別在 AC 、 BM 上使得 $\angle ABM = 15^\circ$ 、 $\angle BAN = 30^\circ$ ，如下圖所示。若 P 是直線 AN 與三角形 ABM 的外接圓之交點。請證明 $AN = NP$ 。





*Indonesia International
Mathematics Competition 2022
(Virtual)*

Indonesia, 30th June to 6th July 2022

青少年數學國際城市邀請賽

隊際賽試題

2nd July, 2022, Indonesia

隊名： _____ 解題人： _____ ID： _____

9. 請問滿足下列條件的有序正整數對 (a, b) 總共有多少對？

- $1 \leq a, b \leq 100$ 並且 $a \neq b$ 。
- a 是偶數。
- $(a-1) | (b-1)$ 、 $a | b$ 並且 $(a+1) | (b+1)$ 。

答： _____ 對有序正整數對



*Indonesia International
Mathematics Competition 2022
(Virtual)*

Indonesia, 30th June to 6th July 2022

青少年數學國際城市邀請賽

隊際賽試題

2nd July, 2022, Indonesia

隊名： _____ 解題人： _____ ID： _____

10. 安迪構造了正整數集合的一個最小的子集 S 滿足下列條件：

- 若 t 是 S 中的一個數，則 $6t$ 與 $6t+1$ 也在 S 中。
- 數 1 在 S 中，但是 2、3、4、5 都不在 S 中。

然後，安迪計算了 S 中某兩個不同數的和，而且這兩個數都小於 2022。
請問安迪總共能得到多少個不同的可能和？

答： _____ 個