



# India International Mathematics Competition 2024

Lucknow, 26<sup>th</sup> to 31<sup>st</sup> July 2024

## 国际小学数学竞赛

### 队际赛试题

答题时间：70 分钟

#### 答题指引：

- 队际赛试题答题时间共 70 分钟，共 10 页，每页一题。  
第 1、3、5、7、9 题的答案仅须填写阿拉伯数值；(中文数字不予计分)  
第 2、4、6、8、10 题必须填写详细计算过程或证明。
- 每道题目 40 分。奇数题号的题目，没有部分分数，答错不倒扣分数。您所填入的答案个数不得多于所要求的答案个数。若题目有不只一个答案，则全部答对才给分。偶数题号的题目，将根据答题情况给予部份分数。
- 题目中所提供之图形只是示意图，不一定精准。

#### 作答须知：

- 请在每一张题目卷的对应位置填写您的队名。
- 请将每一题的答案填写在每一张题目卷所附的空格内或背面空白处。
- 在一开始的 10 分钟内，四名队员允许互相讨论与分配前八题，每位队员至少要解答一题。
- 在接下来的 35 分钟内，四名队员仅允许在所分配到的题目卷上作答，不可以再交换题目或讨论。
- 在最后的 25 分钟内，四名队员可一起合作在最后两题的题目卷上作答。
- 不得使用任何计算器具、电子仪器与量角器。
- 答题结束后，请将您的题目卷、答案卷与所有计算纸装入信封并交由监试人员收回。

Simplified Chinese Version

简体中文版

队名： \_\_\_\_\_



# India International Mathematics Competition 2024

Lucknow, 26<sup>th</sup> to 31<sup>st</sup> July 2024

## 国际小学数学竞赛

### 队际赛试题

28<sup>th</sup> July, 2024, Lucknow, India

队名: \_\_\_\_\_ 解题者: \_\_\_\_\_ ID: \_\_\_\_\_

1. 守门员的扑救成功率是指他扑救成功的射门次数除以射门总次数。在一场足球比赛的某一时刻，某位守门员的扑救率为 75%。在接下来的三次射门他都未能扑救成功，此时他的扑救成功率下降到了 60%。为了使他的扑救成功率提高到至少 75%，请问他接下来至少需要扑救成功多少次的射门？

答: \_\_\_\_\_ 次



# India International Mathematics Competition 2024

Lucknow, 26<sup>th</sup> to 31<sup>st</sup> July 2024

## 国际小学数学竞赛

### 队际赛试题

28<sup>th</sup> July, 2024, Lucknow, India

队名: \_\_\_\_\_ 解题者: \_\_\_\_\_ ID: \_\_\_\_\_

2. 将整数从 1 到 44444 由左至右以递增的方式接续写在一起成为如下的数:

123456789101112131415.....444424444344444

请问在这一个数中, 数串「2024」总共出现了多少次?

答: \_\_\_\_\_ 次



# India International Mathematics Competition 2024

Lucknow, 26<sup>th</sup> to 31<sup>st</sup> July 2024

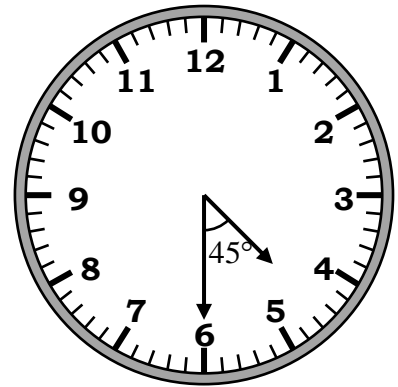
## 国际小学数学竞赛

### 队际赛试题

28<sup>th</sup> July, 2024, Lucknow, India

队名: \_\_\_\_\_ 解题者: \_\_\_\_\_ ID: \_\_\_\_\_

3. 在有指针的 12 小时制时钟里, 请问一天内(从 00:00 到 23:59)总共有多少个时刻是时针与分针之间的夹角恰成为  $15k$  度(其中  $k$  为整数且  $0 \leq k < 24$ )?  
(在如图所示的时刻 04:30, 时针与分针之间的夹角为  $15^\circ \times 3 = 45^\circ$ )



答: \_\_\_\_\_ 个



# India International Mathematics Competition 2024

Lucknow, 26<sup>th</sup> to 31<sup>st</sup> July 2024

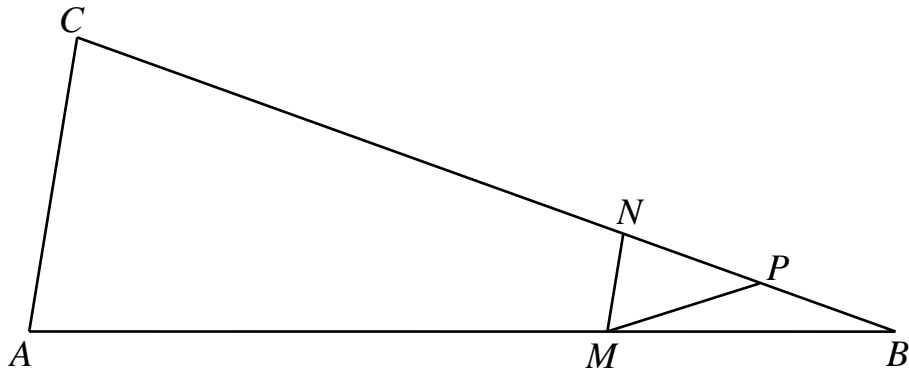
## 国际小学数学竞赛

### 队际赛试题

28<sup>th</sup> July, 2024, Lucknow, India

队名: \_\_\_\_\_ 解题者: \_\_\_\_\_ ID: \_\_\_\_\_

4. 如下图所示，在三角形 $ABC$ 中，令点 $M$ 在边 $AB$ 上而点 $N$ 在边 $BC$ 上使得 $MN \parallel AC$ 。已知点 $P$ 为 $BN$ 的中点且有 $BN : PC = 2 : 5$ ，若三角形 $MBP$ 的面积为 $1 \text{ cm}^2$ ，请问三角形 $ABC$ 的面积为多少 $\text{cm}^2$ ？



答: \_\_\_\_\_  $\text{cm}^2$



# India International Mathematics Competition 2024

Lucknow, 26<sup>th</sup> to 31<sup>st</sup> July 2024

## 国际小学数学竞赛

### 队际赛试题

28<sup>th</sup> July, 2024, Lucknow, India

队名: \_\_\_\_\_ 解题者: \_\_\_\_\_ ID: \_\_\_\_\_

5. 下表是由 7 个直栏所组成的, 从 1 开始由左至右、再由上往下依递增方式填入正整数, 但跳过 5 或 7 的所有倍数。

	第 1 直栏	第 2 直栏	第 3 直栏	第 4 直栏	第 5 直栏	第 6 直栏	第 7 直栏
第 1 横行	1	2	3	4	6	8	9
第 2 横行	11	12	13	16	17	18	19
第 3 横行	22	23	24	26	27	29	31
第 4 横行	32	33	34	36	37	38	39
.....	...	...	...	...	...	...	...

若数 2024 位于第 $x$ 横行与第 $y$ 直栏, 请问  $x+y$  的值是多少?

答: \_\_\_\_\_



# India International Mathematics Competition 2024

Lucknow, 26<sup>th</sup> to 31<sup>st</sup> July 2024

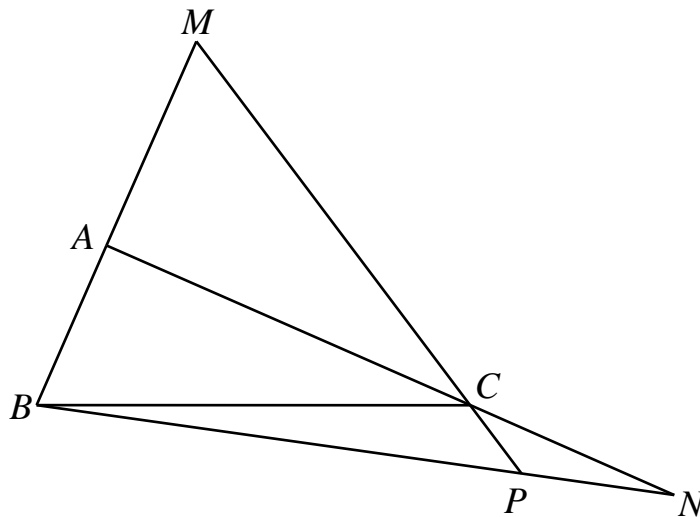
## 国际小学数学竞赛

### 队际赛试题

28<sup>th</sup> July, 2024, Lucknow, India

队名: \_\_\_\_\_ 解题者: \_\_\_\_\_ ID: \_\_\_\_\_

6. 三角形 $ABC$ 的角 $A$ 为直角，且 $AC > AB$ ，如下图所示。已知点 $M$ 在射线 $BA$ 上使得 $BM = AC$ 、点 $N$ 在三角形 $ABC$ 外部且在射线 $AC$ 上使得 $CN = AM$ 。若射线 $MC$ 交 $BN$ 于点 $P$ ，请问 $\angle MPB$ 的角度是多少度？



○

答: \_\_\_\_\_



# India International Mathematics Competition 2024

Lucknow, 26<sup>th</sup> to 31<sup>st</sup> July 2024

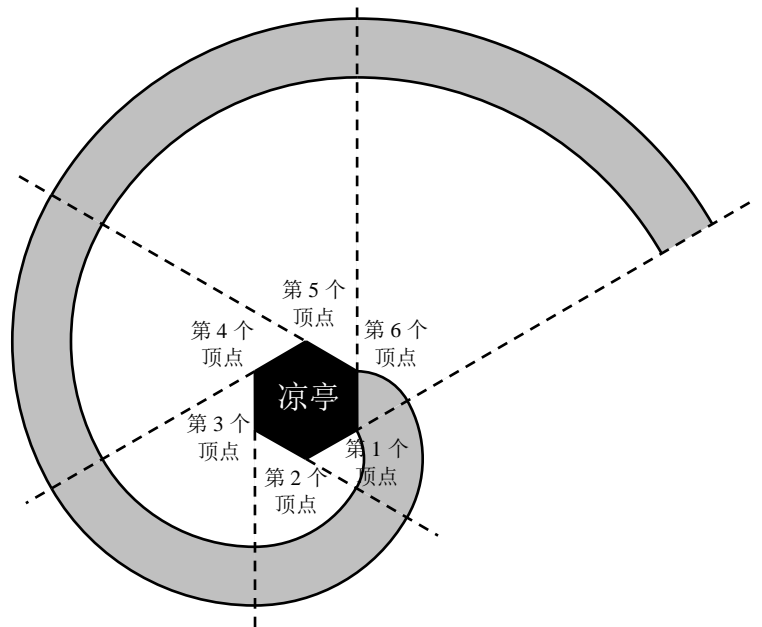
## 国际小学数学竞赛

### 队际赛试题

28<sup>th</sup> July, 2024, Lucknow, India

队名: \_\_\_\_\_ 解题者: \_\_\_\_\_ ID: \_\_\_\_\_

7. 在一个美丽的花园中央，有一个正六边形的凉亭，可透过一条螺旋路径抵达此凉亭，此螺旋路径的末端恰与正六边形的一条边的延长线重合。为了建造此路径，建筑师利用了如下所述的技巧：他以逆时针的方式在凉亭上绑一条绳子，然后把铅笔绑在末端并将绳子拉紧，从正六边形凉亭的一个顶点开始，画出路径的外边缘，再顺时针解开绳子并画出内部边界，再继续从正六边形凉亭的下一个顶点开始并作了同样的操作，如下图所示。若已知凉亭的边长为 6 m，请问这一条通往凉亭的路径总面积(不包含凉亭)是多少 $m^2$ ? (取  $\pi = \frac{22}{7}$ )



答: \_\_\_\_\_  $m^2$





# India International Mathematics Competition 2024

Lucknow, 26<sup>th</sup> to 31<sup>st</sup> July 2024

## 国际小学数学竞赛

### 队际赛试题

28<sup>th</sup> July, 2024, Lucknow, India

队名: \_\_\_\_\_ 解题者: \_\_\_\_\_ ID: \_\_\_\_\_

8. 在一个特殊的计算器上有三个指令(A、B与C)，可用来修改计算器上显示的数。

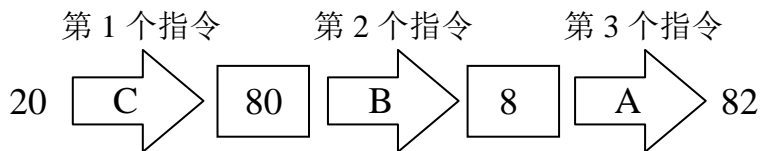
此三个指令如下：

指令 A: 插入 2 使它成为该数最右边的数码。

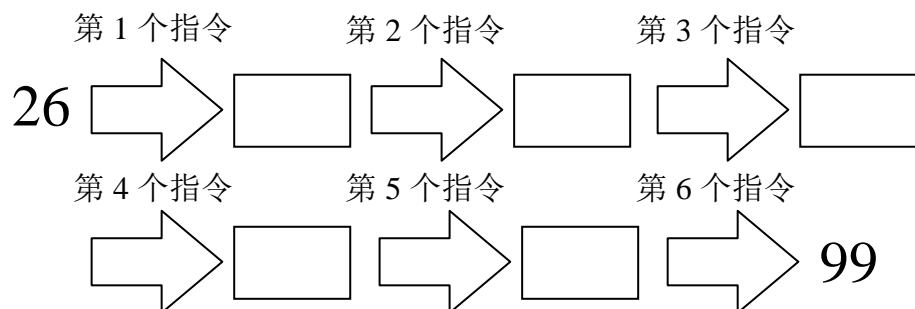
指令 B: 将该数替换成所有数码的总和。

指令 C: 将该数中的每一个数码  $d$  都替换成数码  $10-d$ ，但 0 替换成 0。  
(例如，1085 会变成 9025)

例如，以下流程即为从 20 开始经过下三次指令后成为 82 的过程：



若此计算器一开始显示的数为 26，请给出使用这些指令共恰 6 次使得计算器显示 99 的操作过程。



答: \_\_\_\_\_



# India International Mathematics Competition 2024

Lucknow, 26<sup>th</sup> to 31<sup>st</sup> July 2024

## 国际小学数学竞赛

### 队际赛试题

28<sup>th</sup> July, 2024, Lucknow, India

队名: \_\_\_\_\_ 解题者: \_\_\_\_\_ ID: \_\_\_\_\_

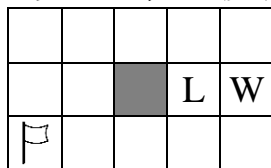
9. 小安与小柏玩一个游戏，两人轮流移动方格表上的一枚石头。小安先移动，而将该枚石头移至左下角小方格的玩家获胜。

而在每一次移动中，玩家必须用以下两种移动方式之一来移动：

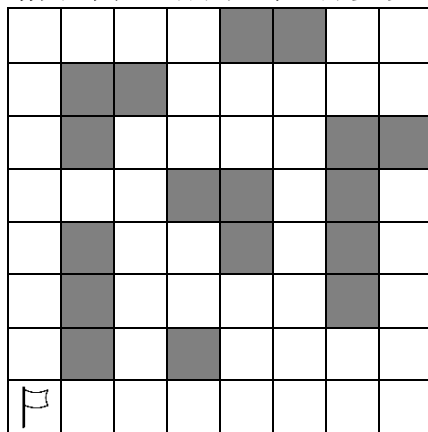
- 将该枚石头往左移动一个或多个单位小方格。
- 将该枚石头往下移动一个或多个单位小方格。

但是，该枚石头**不能**移动到阴影方格上或穿越过阴影方格。

若当游戏是由该枚石头从某一个单位小方格上开始并且小安与小柏都以最佳方式玩时，小安有必胜策略，则该单位小方格被称为小安的「必胜方格」，否则该单位小方格被称为小安的「必败方格」。例如，在下图中，小方格 L 对于小安来说是必败方格，因为小安唯一可以采取的移动方式是将石头往下移动 1 格，之后小柏可以透过将石头往左移动 3 格而获胜；小方格 W 对小安来说是必胜方格，因为小安可以将石头往左移动 1 格，迫使小柏将石头往下移动 1 格，之后小安可以透过往左移动 3 格而获胜。



在如下图所示的8×8方格表内，请问总共有多少个小方格是小安的必胜方格？



答: \_\_\_\_\_ 个



# India International Mathematics Competition 2024

Lucknow, 26<sup>th</sup> to 31<sup>st</sup> July 2024

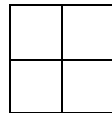
## 国际小学数学竞赛

### 队际赛试题

28<sup>th</sup> July, 2024, Lucknow, India

队名: \_\_\_\_\_ 解题者: \_\_\_\_\_ ID: \_\_\_\_\_

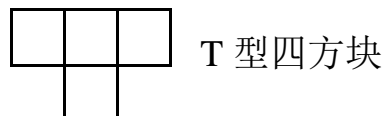
10. 将一个无限大的方格表上的每一个小方格都填上一个数码。小莎在该方格表上沿着格线放置一片下图所示的O型四方块，它可以覆盖四个小方格：



无论这一片 O 型四方块放在哪一个位置，在此无限大的方格表上至少需要填入 4 个相异的数码，才能使得所覆盖的四个小方格上的数码都不相同。右图为其中一种填入数码的方式：

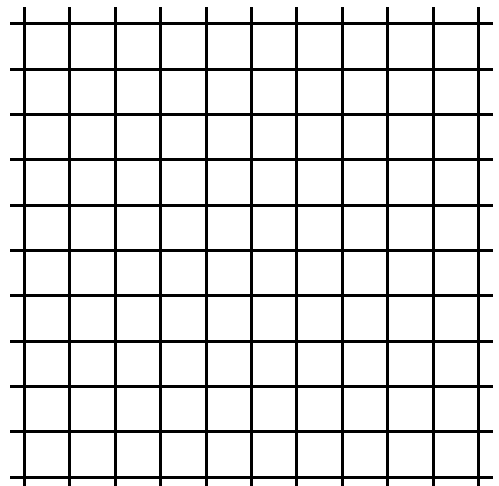
1	2	1	2	1	2	1	2
3	4	3	4	3	4	3	4
1	2	1	2	1	2	1	2
3	4	3	4	3	4	3	4
1	2	1	2	1	2	1	2
3	4	3	4	3	4	3	4
1	2	1	2	1	2	1	2
3	4	3	4	3	4	3	4

若小莎在这个方格表上放置一片 T 型四方块并沿着格线覆盖四个小方格，请问在此无限大的方格表上必须至少填入多少个相异的数码才能使得被这片 T 型四方块覆盖的四个小方格始终都是不同的数码？T 型四方块可以翻转或旋转。



T 型四方块

(请注意：若如果您给出  $n$  作为答案，您还必须证明  $n-1$  是不可能的，并提供一种填数方法来表明  $n$  是可能的。)



答：  $n =$  \_\_\_\_\_ ， 填数方法为 \_\_\_\_\_