



# Vietnam International Mathematics Competition 2025

Danang City, 14<sup>th</sup> to 19<sup>th</sup> August 2025

## 青少年数学国际城市邀请赛

### 个人赛试题

答题时间：120 分钟

#### 答题指引：

- 个人赛试题答题时间共 120 分钟，包括两个部份：  
第一部份包括填充题 12 题，只须填写阿拉伯数值答案(中文数字不予计分)；  
第二部份包括计算与证明题 3 题，必须填写详细计算过程或证明。
- 第一部份每道题目 5 分，没有部分分数，答错不倒扣分数。您所填入的答案个数不得多于所要求的答案个数。若题目有不只一个答案，则全部答对才给分。  
第二部份每道题目 20 分，将根据答题情况给予部份分数。
- 题目中所提供之图形只是示意图，不一定精准。

#### 作答须知：

- 请在第一部分答案卷与第二部分题目卷的对应位置填写您的队名、姓名及编号。
- 第一部份填充题，请将答案填写在第一部分答案卷所附的空格内。  
第二部份计算与证明题，请在题目下空白处写出计算或证明过程。
- 可使用铅笔、蓝色或黑色原子笔作答。
- 不得使用任何计算器具、电子仪器与量角器。
- 答题结束后，请将您的题目卷、答案卷与所有草稿纸装入信封并交由监试人员收回。

Simplified Chinese Version

简体中文版

第一部份：

填充题，请将答案填写在所附的答案纸内，共十二题，每题 5 分。

1. 称一个正整数的三元组  $(a, b, c)$  为  $V$ -三元组，如果  $a < b < c$  且满足以下条件：

- $a$  是  $b+c$  的因子；
- $b$  是  $c+a$  的因子；
- $c$  是  $a+b$  的因子；
- $a, b$  与  $c$  的总和小于或等于 2025。

请问总共有多少组  $V$ -三元组？

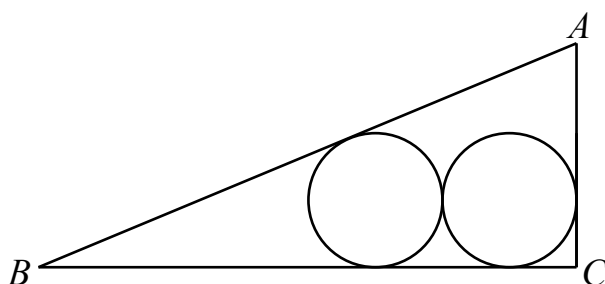
2. 设  $P_1, P_2, \dots, P_n$  是正  $n$  边形的顶点，其中  $n \geq 29$ 。若  $\angle P_5 P_{27} P_{29} = 165^\circ$ ，请问  $n$  的值是什么？

3. 设正整数  $x, y, z$  满足

$$\begin{cases} z^3 - x^3 - y^3 = 3xyz \\ x^2 + y^2 + z^2 \leq 150 \end{cases}$$

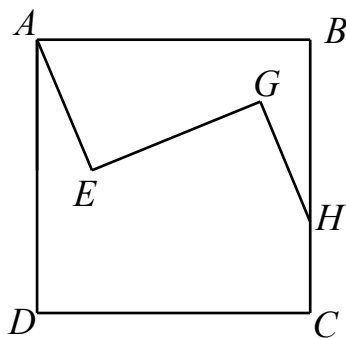
请问  $x+y+z$  的最大可能值是什么？

4. 三角形  $ABC$  中，已知  $AB=13$  cm、 $BC=12$  cm、 $AC=5$  cm，在这个三角形内部有两个互相外切的相等圆，其中一个与  $AB, BC$  相切，另一个与  $BC, AC$  相切，如下图所示。请问每个圆的半径是多少 cm？



5. 已知两位数正整数  $\overline{ab}$  可整除四位数  $\overline{baba}$ ，请问  $\overline{ab}$  的所有可能值之和是什么？

6. 正方形  $ABCD$  中，已知点  $E$  与  $G$  为正方形内部的两个点、点  $H$  在  $BC$  上满足  $\angle AEG = \angle EGH = 90^\circ$  并且  $EG = BH$ ，如下图所示。若  $AE = 13$  cm 并且  $GH = 12$  cm，请问  $ABCD$  的边长为多少 cm？



7. 甲乙两人利用 2025 年的日历玩游戏，甲首先选择 1 月的某一天，然后乙选择该年更晚的一天，但是必须保持月份或者日期不变，游戏如此继续，选择到 12 月 31 日的人获胜。下面是一个符合规则且由乙赢得游戏的过程：

甲：1月7日

乙：4月7日

甲：5月7日

乙：5月19日

甲：5月21日

乙：9月21日

甲：11月21日

乙：11月30日

甲：12月30日

乙：12月31日

若甲有必胜策略，请问他在第一次应该选择 1 月的哪一天？

8. 请问有多少对有序正整数对  $(x, y)$  满足  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2025}$ ？

9. 请问所有满足  $n!$  的末尾恰有 100 个 0 的正整数  $n$  之可能值的和是什么？

10. 考虑一个凸 2025 边形，画出一些对角线，使得每条对角线的内部恰好与另一条对角线的内部相交(除了两个端点)。请问最多可画出多少条对角线？

11. 请问满足  $p^2$  可整除  $11^{p^2} + 1$  的质数  $p$  之所有可能值的总和是什么？

12. 请问使得方程

$$(x^2 + y^2 + 4x - 4y - 1)^2 + (x^2 + y^2 - 12x - 16y - k)^2 = 0$$

有实数解  $(x, y)$  的最大实数  $k$  是什么？



# Vietnam International Mathematics Competition 2025

Danang City, 14<sup>th</sup> to 19<sup>th</sup> August 2025

## 青少年数学国际城市邀请赛

队名: \_\_\_\_\_ 姓名: \_\_\_\_\_ 编号: \_\_\_\_\_

第二部份:

计算与证明题, 请在题目下空白处写出计算或证明过程。共三题, 每题 20 分。

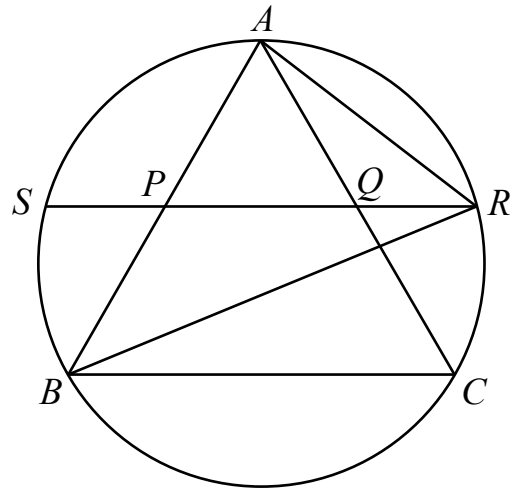
1. 设整数  $n \geq 2$ 。考虑所有形式为  $\frac{1}{pq}$  的分数, 其中  $\gcd(p, q) = 1$ 、 $0 < p < q \leq n$ 、

$p + q > n$ 。请证明所有这样的分数之总和为  $\frac{1}{2}$ 。

# 青少年数学国际城市邀请赛

队名: \_\_\_\_\_ 姓名: \_\_\_\_\_ 编号: \_\_\_\_\_

2. 圆  $O$  为正三角形  $ABC$  的外接圆, 点  $P$ 、 $Q$  分别为  $AB$ 、 $AC$  的中点, 直线  $PQ$  与圆  $O$  相交于点  $S$ 、 $R$ , 如下图所示。若  $AR = 10$  cm, 请问  $BR$  的长度为多少 cm?



答: \_\_\_\_\_ cm

# 青少年数学国际城市邀请赛

队名: \_\_\_\_\_ 姓名: \_\_\_\_\_ 编号: \_\_\_\_\_

3. 小安有一枚公平的正六面体骰子，各个面上分别写着  $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{3}{2}$ 、 $\frac{5}{2}$ 、 $\frac{7}{2}$ 、 $\frac{9}{2}$ 、 $\frac{11}{2}$ 。  
小柏有一个轮盘，分成  $n$  个相等的部分，分别写着 0 到  $n-1$  的整数（每个整数出现恰好一次）。

小安投掷他的骰子，同时小柏旋转他的转盘。假设  $p$  为小柏得到的数大于小安得到的数之概率。请问使得  $p$  不小于  $\frac{1}{2}$  的最小的正整数  $n$  值是什么？

答： \_\_\_\_\_