



Vietnam International Mathematics Competition 2025

Danang City, 14th to 19th August 2025

青少年數學國際城市邀請賽 個人賽試題

答題時間：120 分鐘

答題指引：

- 個人賽試題答題時間共 120 分鐘，包括兩個部份：
第一部份包括填充題 12 題，只須填寫阿拉伯數值答案(中文數字不予計分)；
第二部份包括計算與證明題 3 題，必須填寫詳細計算過程或證明。
- 第一部份每道題目 5 分，沒有部分分數，答錯不倒扣分數。您所填入的答案個數不得多於所要求的答案個數。若題目有不只一個答案，則全部答對才給分。
第二部份每道題目 20 分，將根據答題情況給予部份分數。
- 題目中所提供之圖形只是示意圖，不一定精準。

作答須知：

- 請在第一部分答案卷與第二部分題目卷的對應位置填寫您的隊名、姓名及編號。
- 第一部份填充題，請將答案填寫在第一部分答案卷所附的空格內。
第二部份計算與證明題，請在題目下空白處寫出計算或證明過程。
- 可使用鉛筆、藍色或黑色原子筆作答。
- 不得使用任何計算器具、電子儀器與量角器。
- 答題結束後，請將您的題目卷、答案卷與所有草稿紙裝入信封並交由監試人員收回。

Traditional Chinese Version

正體中文版

第一部份：

填充題，請將答案填寫在所附的答案紙內，共十二題，每題 5 分。

1. 稱一個正整數的三元組 (a, b, c) 為 V -三元組，如果 $a < b < c$ 且滿足以下條件：

- a 是 $b+c$ 的因數；
- b 是 $c+a$ 的因數；
- c 是 $a+b$ 的因數；
- a, b 與 c 的總和小於或等於 2025。

請問總共有多少組 V -三元組？

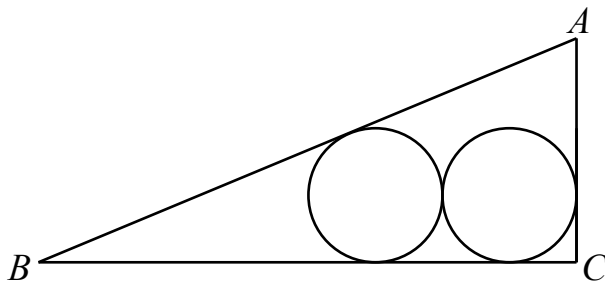
2. 設 P_1, P_2, \dots, P_n 是正 n 邊形的頂點，其中 $n \geq 29$ 。若 $\angle P_5 P_{27} P_{29} = 165^\circ$ ，請問 n 的值是什麼？

3. 設正整數 x, y, z 滿足

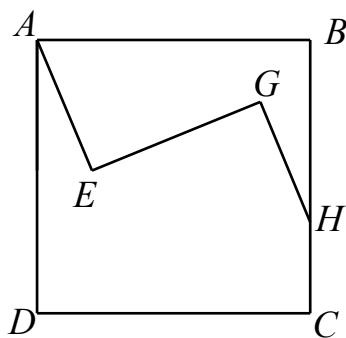
$$\begin{cases} z^3 - x^3 - y^3 = 3xyz \\ x^2 + y^2 + z^2 \leq 150 \end{cases}$$

請問 $x+y+z$ 的最大可能值是什麼？

4. 三角形 ABC 中，已知 $AB=13$ cm、 $BC=12$ cm、 $AC=5$ cm，在這個三角形內部有兩個互相外切的相等圓，其中一個與 AB, BC 相切，另一個與 BC, AC 相切，如下圖所示。請問每個圓的半徑是多少 cm？



5. 已知兩位數正整數 \overline{ab} 可整除四位數 \overline{baba} ，請問 \overline{ab} 的所有可能值之和是什麼？
6. 正方形 $ABCD$ 中，已知點 E 與 G 為正方形內部的兩個點、點 H 在 BC 上滿足 $\angle AEG = \angle EGH = 90^\circ$ 並且 $EG = BH$ ，如下圖所示。若 $AE = 13$ cm 並且 $GH = 12$ cm，請問 $ABCD$ 的邊長為多少 cm？



7. 甲乙兩人利用 2025 年的日曆玩遊戲，甲首先選擇 1 月的某一天，然後乙選擇該年更晚的一天，但是必須保持月份或者日期不變，遊戲如此繼續，選擇到 12 月 31 日的人獲勝。下面是一個符合規則且由乙贏得遊戲的過程：

甲：1月7日
乙：4月7日
甲：5月7日
乙：5月19日
甲：5月21日
乙：9月21日
甲：11月21日
乙：11月30日
甲：12月30日
乙：12月31日

若甲有必勝策略，請問他在第一次應該選擇 1 月的哪一天？

8. 請問有多少對有序正整數對 (x, y) 滿足 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2025}$ ？
9. 請問所有滿足 $n!$ 的末尾恰有 100 個 0 的正整數 n 之可能值的和是什麼？
10. 考慮一個凸 2025 邊形，畫出一些對角線，使得每條對角線的內部恰好與另一條對角線的內部相交(除了兩個端點)。請問最多可畫出多少條對角線？
11. 請問滿足 p^2 可整除 $11^{p^2} + 1$ 的質數 p 之所有可能值的總和是什麼？
12. 請問使得方程
- $$(x^2 + y^2 + 4x - 4y - 1)^2 + (x^2 + y^2 - 12x - 16y - k)^2 = 0$$
- 有實數解 (x, y) 的最大實數 k 是什麼？



Vietnam International Mathematics Competition 2025

Danang City, 14th to 19th August 2025

青少年數學國際城市邀請賽

隊名: _____ 姓名: _____ 編號: _____

第二部份：

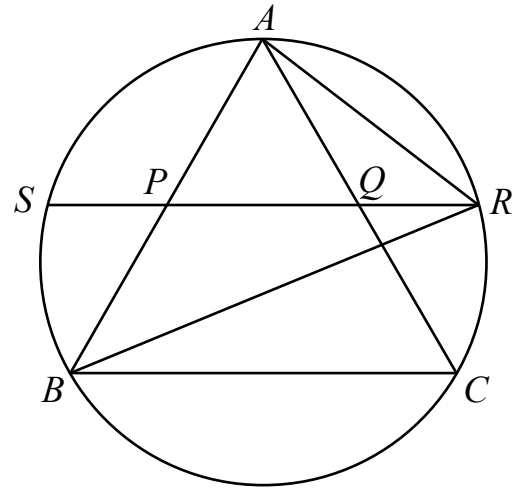
計算與證明題，請在題目下空白處寫出計算或證明過程。共三題，每題 20 分。

1. 設整數 $n \geq 2$ 。考慮所有形式為 $\frac{1}{pq}$ 的分數，其中 $\gcd(p, q) = 1$ 、 $0 < p < q \leq n$ 、 $p + q > n$ 。請證明所有這樣的分數之總和為 $\frac{1}{2}$ 。

青少年數學國際城市邀請賽

隊名: _____ 姓名: _____ 編號: _____

2. 圓 O 為正三角形 ABC 的外接圓，點 P 、 Q 分別為 AB 、 AC 的中點，直線 PQ 與圓 O 相交於點 S 、 R ，如下圖所示。若 $AR = 10$ cm，請問 BR 的長度為多少 cm？



答： _____ cm

青少年數學國際城市邀請賽

隊名：_____ 姓名：_____ 編號：_____

3. 小安有一枚公平的正六面體骰子，各個面上分別寫著 $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{3}{2}$ 、 $\frac{5}{2}$ 、 $\frac{7}{2}$ 、 $\frac{9}{2}$ 、 $\frac{11}{2}$ 。
小柏有一個輪盤，分成 n 個相等的部分，分別寫著 0 到 $n-1$ 的整數（每個整數出現恰好一次）。

小安投擲他的骰子，同時小柏旋轉他的轉盤。假設 p 為小柏得到的數大於小安得到的數之概率。請問使得 p 不小於 $\frac{1}{2}$ 的最小的正整數 n 值是什麼？

答：_____