



Taiwan International
Mathematics Competition 2012
(TAIMC 2012)

World Conference on the Mathematically Gifted Students
---- the Role of Educators and Parents
Taipei, Taiwan, 23rd~28th July 2012



Elementary Mathematics International Contest

国际小学数学竞赛

个人赛试题

答题时间：90 分钟

答题指引：

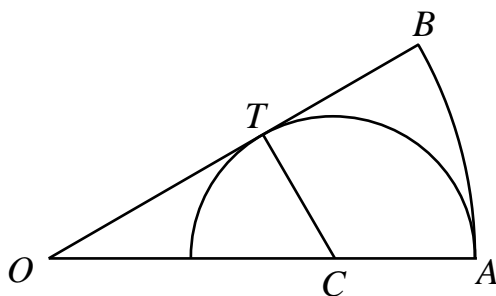
- 请勿翻开此页，直到听到答题指令为止。
- 请在答案纸上填写您的姓名、编号及队名。
- 请将答案填写在答案纸上，答案仅须填写阿拉伯数值即可。
- 共 15 题每题 10 分，总分 150 分。若题目有不只一个答案，则全部答对才给分，答错不倒扣分。
- 题目所提供之图形只是示意图，不一定精准。
- 不得使用任何计算器具。
- 可使用铅笔、蓝色或黑色圆珠笔作答。
- 答题结束后，监试人员会将所有纸张收回。

Simplified Chinese Version

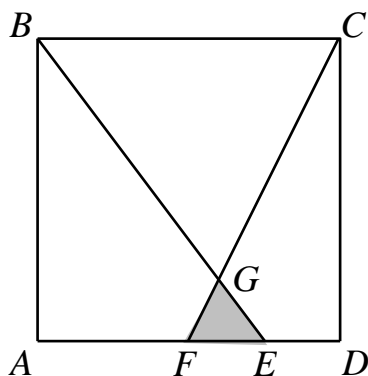
简体中文版

- 把 20 支完全相同的铅笔分给三个女孩，每人至少有一支，请问共有多少种分法？
- 在一条环形高速公路上共有三个收费站，按顺时针方向它们分别位于一座桥、一条隧道和一条水库大坝上，且它们的收费标准分别是 1 元、3 元和 5 元。一个人驾驶汽车从大坝和桥之间的某处开始沿顺时针方向在高速公路上行驶，当他所交的费用总和为 130 元时，请问他在下一个收费站需要交多少元？
- 一个两位数加上 4 以后各位数码之和等于原来两位数的各位数码之和的一半，请问这样的两位数共有多少个？

- 如下图所示，扇形 OAB 满足 $OA = OB$ 和 $\angle AOB = 30^\circ$ ，点 C 在 OA 上，以 C 为圆心、 CA 为半径作半圆与 OB 相切于点 T 。请问半圆的面积与扇形 OAB 面积之比为多少？

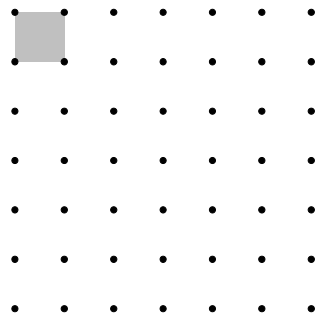


- 在一个面积为 36 cm^2 的正方形 $ABCD$ 中，点 F 是 AD 边的中点，点 E 是线段 FD 的中点。 BE 与 CF 相交于点 G 。请问 $\triangle EFG$ 的面积为多少 cm^2 ？



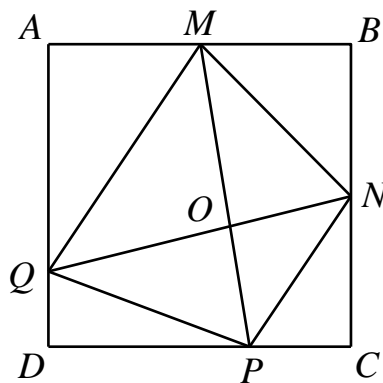
6. 在一个村庄里，女孩子之间的朋友关系是相互的，每个女孩恰好与她们之中的一个或两个女孩是朋友。一天早上，有两个朋友的女孩都戴红色帽子，其他女孩戴蓝色帽子，结果每对朋友戴的帽子的颜色不同。到了下午，10个原来戴红色帽子的女孩改戴蓝色帽子，且12个原来戴蓝色帽子的女孩改戴红色帽子，结果现在每对朋友戴的帽子的颜色相同。请问这个村庄共有多少个女孩？

7. 在一个 7×7 的点阵中，每个单元格（其中一个如图中的阴影部分）的面积为 1 cm^2 。在这个点阵中画出四个大小相同的正方形，使得每个正方形的顶点都选自这 49 个格点，且任何两个正方形（包括他们的边界）没有共同点。请问其中一个正方形面积的最大值是多少 cm^2 ？



8. 已知 1006 个互不相同的正整数之和为 1019057，且每个数都不超过 2012，请问这些整数中至少有多少个奇数？
9. 在台湾国际数学竞赛中，试场的桌子排成 6 列 6 行。如果两个参赛选手的座位在同一列、或同一行、或对角在线相邻，那么把他们称为邻桌。这样，坐在试室角落的参赛选手有 3 个邻桌，坐在试室边上的参赛选手有 5 个邻桌，坐在试室中间的参赛选手有 8 个邻桌。比赛结束后，如果一个参赛选手的邻桌最多有一个的得分不低于他的得分，那么这个参赛选手将获奖。请问获奖选手的人数至多为多少？
10. 已知两个正整数之和是它们差的 7 倍，且这两个正整数的乘积是它们差的 36 倍。请问这两个数中较大那个是多少？
11. 在一次比赛中，来自 A 校和 B 校的每位学生都获得了一枚奖牌（金、银、或铜）。两所学校获得金牌的学生一样多，且「A 校获得金牌的学生占该校学生的百分比」与「B 校获得金牌的学生占该校学生的百分比」之比为 5 : 6。「A 校获得银牌的学生数」与「B 校获得银牌的学生数」之比为 9 : 2，两校获得银牌的学生占两校所有学生的 20%。如果 A 校有 50% 的学生获得铜牌，请问 B 校获得金牌的学生占该校学生的百分之几？

12. 我们从 $\frac{5}{6}$ 开始操作，每一次操作将分子加上 6 或将分母加上 5，但不能同时加。请问至少经过几次操作才能使得到的分数又等于 $\frac{5}{6}$ ？
13. 已知五个连续的两位数满足 37 能整除其中三个数之和，且 71 也能整除其中三个数之和。请问这五个数中最大的数是多少？
14. 在正方形 $ABCD$ 中， M 是 AB 边的中点， N 是 BC 边的中点， P 在 CD 边上使得 $CP = 4$ cm 且 $PD = 8$ cm， Q 在 DA 边上使得 $DQ = 3$ cm， MP 与 NQ 的交点为 O 。比较以下各组中两个三角形的面积： $(\triangle QOM, \triangle QAM)$ 、 $(\triangle MON, \triangle MBN)$ 、 $(\triangle NOP, \triangle NCP)$ 和 $(\triangle POQ, \triangle PDQ)$ ，请问这四组三角形的面积差（大数减小数）中最大值为多少 cm^2 ？



15. \underline{C} 刚出生的时候， \underline{E} 的年龄等于 \underline{A} 、 \underline{B} 和 \underline{D} 的年龄之和，且这四个人的平均年龄为 19 岁。2010 年， \underline{D} 的年龄比「 \underline{C} 与 \underline{B} 的年龄之和」大 8 岁，且这五个人的平均年龄为 35.2 岁。2012 年， \underline{B} 、 \underline{C} 、 \underline{D} 和 \underline{E} 的平均年龄为 39.5 岁。请问 2012 年 \underline{B} 的年龄为多少岁？