



Taiwan International  
Mathematics Competition 2012  
(TAIMC 2012)

World Conference on the Mathematically Gifted Students  
---- the Role of Educators and Parents  
Taipei, Taiwan, 23rd~28th July 2012



*Invitational World Youth Mathematics Intercity Competition*

青少年数学国际城市邀请赛  
个人赛试题

答题时间：120 分钟

答题指引：

- 请勿翻开此页，直到听到答题指令为止。
- 请在下页的对应位置填写队名、您的姓名及编号。
- 个人赛试题包括两个部份，总分 120 分。
- 第一部份包括填充题 12 题，只须在空格内填写阿拉伯数值答案，以其他文字书写一律不计分，不须计算过程，若题目有不只一个答案，则全部答对才给分。每题 5 分，答错不倒扣。
- 第二部份包括计算证明题 3 题，必须填写详细计算过程或证明，每题 20 分，根据答题情况给予部份分数。
- 本卷答题时间：120 分钟。
- 不得使用任何电子计算器具。
- 可使用铅笔、蓝色或黑色圆珠笔作答。
- 答题结束后，监试人员会将所有纸张收回。

Simplified Chinese Version

简体中文版

队名：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_ 编号：\_\_\_\_\_ 得分：\_\_\_\_\_

以下字段由评审填写，考生请勿做任何记号

题号	第一部份												第二部份			总分	评审 签名
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3		
分数																	
分数																	

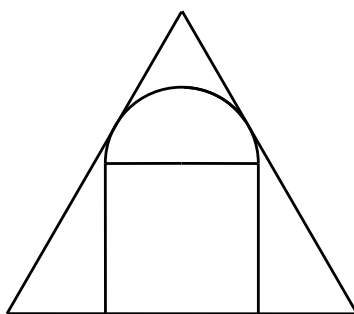
第一部份：

填充题，请将答案填写在题末所附的空格内，共十二题，每题 5 分。

1. 设两个正整数的和为 2034，且它们的乘积能被 2034 整除。请问这两个数的差(大数减小数)的最大值是多少？

答：\_\_\_\_\_

2. 如下图所示，一个半圆与一个正三角形的两边相切，且半圆的直径为一个正方形的一条边，这个正方形的另一条边与正三角形的一条边重合。已知正三角形的边长为 12cm，请问半圆的半径为多少 cm？



答：\_\_\_\_\_ cm

3. 四位数  $\overline{abcd}$  是 11 的倍数，其中  $b + c = a$ ，且两位数  $\overline{bc}$  是完全平方数。请问  $\overline{abcd}$  是多少？

答：\_\_\_\_\_

4. 已知正三角形  $ABC$  的面积为  $8 + 4\sqrt{3} \text{ cm}^2$ ，点  $M$  是  $BC$  边的中点， $\angle MAB$  的角平分线交  $BM$  于点  $N$ 。请问  $\triangle ABN$  的面积为多少  $\text{cm}^2$ ？

答：\_\_\_\_\_  $\text{cm}^2$

5. 墙上有一个  $2 \times 6$  的区域，现用红、白和蓝三种颜色的  $1 \times 1$  瓷砖铺满它，且相同颜色的瓷砖不能有公共边，请问共有多少种铺法？

答：\_\_\_\_\_

6. 请问  $1^9 \times 2^8 \times 3^7 \times 4^6 \times 5^5 \times 6^4 \times 7^3 \times 8^2 \times 9^1$  共有多少个因子是完全平方数？

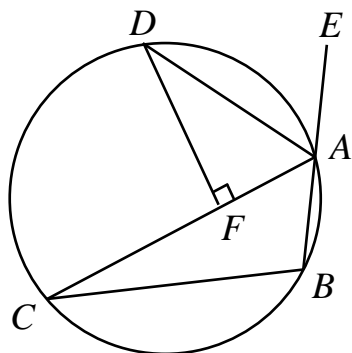
答：\_\_\_\_\_

7. 请问不超过 20112012 且只用到数码 0、1 或 2 的正整数共有多少个？

答：\_\_\_\_\_

8. 如下图所示， $A$ 、 $B$ 、 $C$ 和 $D$ 为圆上的四个点， $E$ 为 $BA$ 的延长线上的一点。 $AD$ 是 $\angle CAE$ 的角平分线。 $DF$ 垂直于 $AC$ 且点 $F$ 为垂足。

已知 $BA = AF = 2$  cm，请问线段 $AC$ 的长度是多少 cm?



答：\_\_\_\_\_ cm

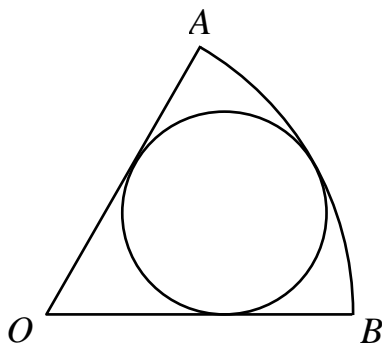
9. 考虑所有四位数  $\overline{abcd}$ ，其中数码  $a, b, c, d$  都可能是 1, 2, 3 或 4，但不要求相异。这样的四位数总共有 256 个。请问这其中有多少个数使得  $ad - bc$  为偶数?

答：\_\_\_\_\_

10. 一个圆上的 24 个点把圆周等分成 24 份，请问总共有多少个正三角形满足至少有两个顶点在以上这 24 个点之中?

答：\_\_\_\_\_

11. 如下图所示，扇形  $OAB$  是一个圆的六分之一。有一个圆与  $OA$ 、 $OB$  和弧  $AB$  都相切，请问这个圆的面积是扇形  $OAB$  面积的几分之几?



答：\_\_\_\_\_

12. 将一个  $8 \times 8$  方格棋盘挂在墙上作为镖靶，三枚完全相同的飞镖朝此镖靶射去，每枚飞镖射中一个不同的小方格的中心。请问共有多少种方式使得任何两个被射中的小方格至少有一个公共顶点?

答：\_\_\_\_\_

第二部份：

计算及证明题，请在题目下面空白处写出计算或证明过程。共三题，每题 20 分。

1. 设

$$M = \sqrt{2012 \times \sqrt{2013 \times \sqrt{2014 \times \sqrt{\cdots \sqrt{(2012^2 - 3) \times \sqrt{(2012^2 - 2) \times \sqrt{(2012^2 - 1) \times \sqrt{2012^2}}}}}}}}}$$

请问  $M$  的整数部分是多少？

答：\_\_\_\_\_

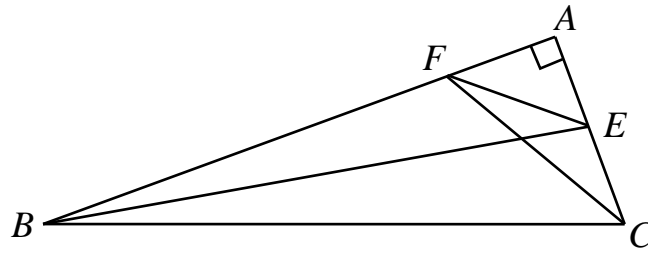
2. 设正整数  $m$  和  $n$  满足

$$n^2 < 8m < n^2 + 60(\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$$

请问  $n$  的最大值是多少？

答：\_\_\_\_\_

3. 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 90^\circ$ 且 $\angle B = 20^\circ$ 。点 $E$ 和 $F$ 分别在 $AC$ 和 $AB$ 上使得 $\angle ABE = 10^\circ$ 和 $\angle ACF = 30^\circ$ ，如下图所示。请问 $\angle CFE$ 的度数是多少？



答：\_\_\_\_\_