

国际小学数学竞赛

个人赛试题

答题时间：90 分钟

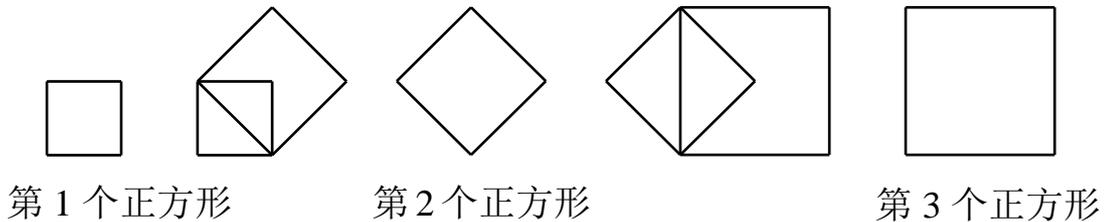
答题指引：

- 请勿翻开此页，直到听到答题指令为止。
- 请在答案纸上填写您的姓名、编号及队名。
- 请将答案填写在答案纸上，答案仅须填写阿拉伯数值即可。
- 共 15 题每题 10 分，总分 150 分。若题目有不只一个答案，则全部答对才给分，答错不倒扣分。
- 题目所提供之图形只是示意图，不一定精准。
- 不得使用任何计算器具。
- 可使用铅笔、蓝色或黑色原子笔作答。
- 答题结束后，监试人员会将所有纸张收回。

Simplified Chinese Version

简体中文版

1. 在以下一系列的正方形中，第一个正方形的边长为 1 cm ，之后每个正方形的边长都等于前一个正方形对角线的长度。下图为所作出第二个、第三个正方形的例子。请问第十一个正方形的边长为多少 cm ？

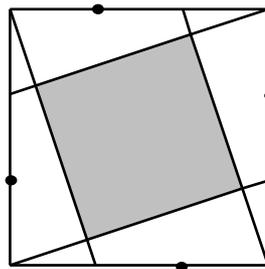


2. 有二十位女孩站成一排且都面朝右边，四位男孩插入队伍中，但都面朝左边。每位男孩都计算共有多少位女孩在他的前面，所得的结果分别为 3、6、15、18。每位女孩也都计算有多少位男孩在她的前面。请问这些女孩所得的结果之总和是多少？
3. 下左图中显示某一天十个广告 A、B、C、D、E、F、G、H、I、J 在 2×5 屏幕的 10 个格子中。每一天，这些广告都依照固定的模式从一个格子移到另一个格子。次日，它们的位置变成为下右图。请问要经过多少天所有的广告才能第一次同时都回到初始的位置？

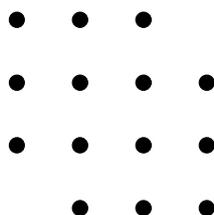
A	B	C	D	E
F	G	H	I	J

G	A	E	F	B
I	C	J	D	H

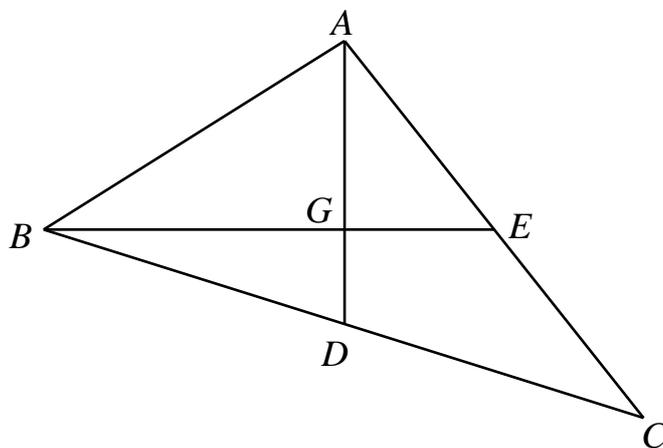
4. 将边长为 10 cm 的正方形之边长三等分。将某些分割点与顶点相连，如下图所示，请问阴影部分的面积为多少 cm^2 ？



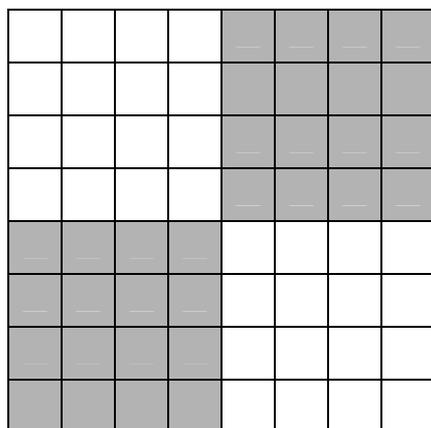
5. 下图是从 4×4 格点移除两个相对角落的点。利用这 14 个点中的四个点为顶点，请问共可以构成多少个不同的正方形？



6. 在 1000 以下且个位数为 9 的正整数中，请问共有多少个可被表示为一个 2 的次幂与一个 3 的次幂之和？（注：1 可同时被表示为 2 的次幂或 3 的次幂）
7. 小艾将以下 2008 个正整数 6、7、8、…、2012、2013 中每个数都替换为它的数码之和，小伯则将小艾得到的每个数都替换为它的数码之和，小克则将小伯得到的每个数都替换为它的数码之和。请问小克得到的数中，哪一个数出现最多次？
8. 一个正整数等于某个正整数的平方之 2 倍，同时也等于另一个正整数的五次方之 5 倍。请问满足上述条件的最小正整数是什么？
9. 每一个正整数都可以被表示为 2 的不同次幂之和，请问共有多少个三位数可以被表示为恰有九个 2 的不同次幂之和？（注：1 和 2 都是 2 的次幂）
10. 在三角形 ABC 中，点 D 为 BC 边之中点、点 E 为 CA 边之中点。线段 AD 与 BE 互相垂直，下图中标出其交点 G ，这个点称作三角形 ABC 的重心，且具有 $AG = 2DG$ 、 $BG = 2EG$ 的性质。请问 $\frac{BC^2 + AC^2}{AB^2}$ 之值是什么？



11. 点 O 为四边形 $ABCD$ 内的一个点，使得 O 点与四个顶点之距离依某种顺序分别为 1 cm 、 2 cm 、 4 cm 、 7 cm 。请问四边形 $ABCD$ 可能的最大面积为多少 cm^2 ？
12. 从乘式 $1 \times 2 \times \cdots \times 2013$ 中，请问至少要删除多少个数才能使所得的乘积之个位数为 9 ？
13. 一个数经过标准质因数分解后，如果所有质因数的次数都是奇数，称此数为「怪数」。例如：因为 $22 = 2^1 \times 11^1$ 、 $23 = 23^1$ 、 $24 = 2^3 \times 3^1$ ，所以 22 、 23 、 24 三个数就构成一串长度为 3 的连续怪数。请问一串连续的怪数其长度的最大值是多少？
14. 将 8×8 方格表的一半区域如下图所示的方式涂上阴影。请问在此图中共有多少个 2×2 、 4×4 、 6×6 的子方格表使得每个子方格表中一半数量的小正方形被涂上阴影？



15. 一个正整数最多有 9 个数码且个位数是 0 或 1 ；十位数是 0 、 1 、 2 之一；百位数是 0 、 1 、 2 、 3 之一；千位数是 0 、 1 、 2 、 3 、 4 之一，依此规律继续下去，则称此数为一个「好数」。例如：首十个好数分别为 1 、 10 、 11 、 20 、 21 、 100 、 101 、 110 、 111 、 120 。请问第 100 个好数是什么？