

國際小學數學競賽

個人賽試題

答題時間：90 分鐘

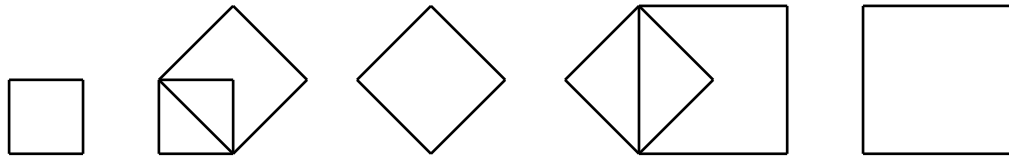
答題指引：

- 請勿翻開此頁，直到聽到答題指令為止。
- 請在答案紙上填寫您的姓名、編號及隊名。
- 請將答案填寫在答案紙上，答案僅須填寫阿拉伯數值即可。
- 共 15 題每題 10 分，總分 150 分。若題目有不只一個答案，則全部答對才給分，答錯不倒扣分。
- 題目所提供之圖形只是示意圖，不一定精準。
- 不得使用任何計算器具。
- 可使用鉛筆、藍色或黑色原子筆作答。
- 答題結束後，監試人員會將所有紙張收回。

Traditional Chinese Version

正體中文版

1. 在以下一系列的正方形中，第一個正方形的邊長為 1 cm，之後每個正方形的邊長都等於前一個正方形對角線的長度。下圖為所作出第二個、第三個正方形的例子。請問第十一個正方形的邊長為多少 cm？



第 1 個正方形

第 2 個正方形

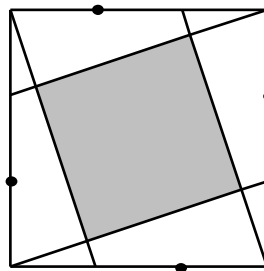
第 3 個正方形

2. 有二十位女孩站成一排且都面朝右邊，四位男孩插入隊伍中，但都面朝左邊。每位男孩都計算共有多少位女孩在他的前面，所得的結果分別為 3、6、15、18。每位女孩也都計算有多少位男孩在她的前面。請問這些女孩所得的結果之總和是多少？
3. 下左圖中顯示某一天十個廣告 A、B、C、D、E、F、G、H、I、J 在 2×5 螢幕的 10 個格子中。每一天，這些廣告都依照固定的模式從一個格子移到另一個格子。次日，它們的位置變成為下右圖。請問要經過多少天所有的廣告才能第一次同時都回到初始的位置？

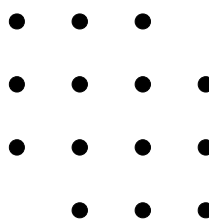
A	B	C	D	E
F	G	H	I	J

G	A	E	F	B
I	C	J	D	H

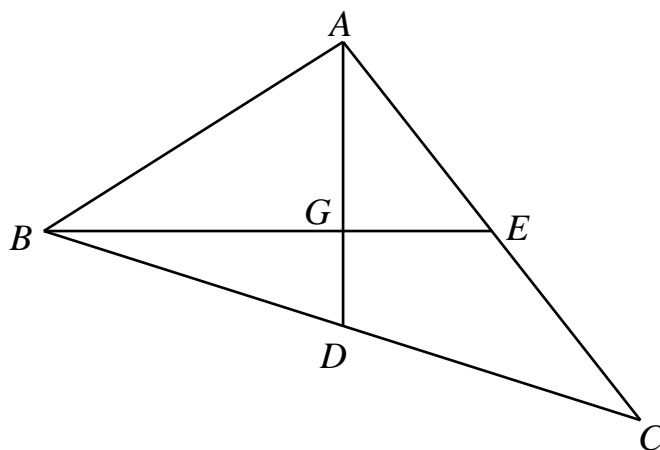
4. 將邊長為 10 cm 的正方形之邊長三等分。將某些分割點與頂點相連，如下圖所示，請問陰影部分的面積為多少 cm^2 ？



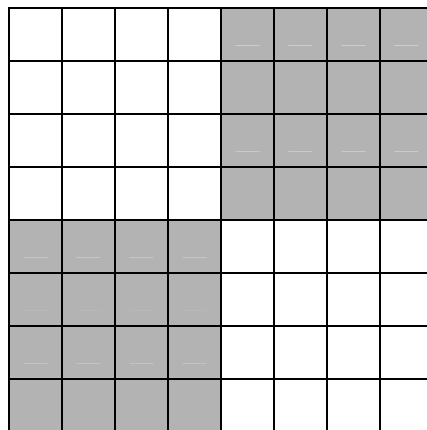
5. 下圖是從 4×4 格點移除兩個相對角落的點。利用這 14 個點中的四個點為頂點，請問共可以構成多少個不同的正方形？



6. 在 1000 以下且個位數為 9 的正整數中，請問共有多少個數可被表示為一個 2 的次冪與一個 3 的次冪之和？(注：1 可同時被表示為 2 的次冪或 3 的次冪)
7. 小艾將以下 2008 個正整數 6、7、8、...、2012、2013 中每個數都替換為它的數碼之和，小伯則將小艾得到的每個數都替換為它的數碼之和，小克則將小伯得到的每個數都替換為它的數碼之和。請問小克得到的數中，哪一個數出現最多次？
8. 一個正整數等於某個正整數的平方之 2 倍，同時也等於另一個正整數的五次方之 5 倍。請問滿足上述條件的最小正整數是什麼？
9. 每一個正整數都可以被表示為 2 的不同次冪之和，請問共有多少個三位數可以被表示為恰有九個 2 的不同次冪之和？(注：1 和 2 都是 2 的次冪)
10. 在三角形 ABC 中，點 D 為 BC 邊之中點、點 E 為 CA 邊之中點。線段 AD 與 BE 互相垂直，下圖中標出其交點 G ，這個點稱作三角形 ABC 的重心，且具有 $AG = 2DG$ 、 $BG = 2EG$ 的性質。請問 $\frac{BC^2 + AC^2}{AB^2}$ 之值是什麼？



11. 點 O 為四邊形 $ABCD$ 內的一個點，使得 O 點與四個頂點之距離依某種順序分別為 1 cm 、 2 cm 、 4 cm 、 7 cm 。請問四邊形 $ABCD$ 可能的最大面積為多少 cm^2 ？
12. 從乘式 $1 \times 2 \times \cdots \times 2013$ 中，請問至少要刪除多少個數才能使所得的乘積之個位數為 9 ？
13. 一個數經過標準質因數分解後，如果所有質因數的次數都是奇數，稱此數為「怪數」。例如：因為 $22 = 2^1 \times 11^1$ 、 $23 = 23^1$ 、 $24 = 2^3 \times 3^1$ ，所以 22 、 23 、 24 三個數就構成一串長度為 3 的連續怪數。請問一串連續的怪數其長度的最大值是多少？
14. 將 8×8 方格表的一半區域如下圖所示的方式塗上陰影。請問在此圖中共有多少個 2×2 、 4×4 、 6×6 的子方格表使得每個子方格表中一半數量的小正方形被塗上陰影？



15. 一個正整數最多有 9 個數碼且個位數是 0 或 1 ；十位數是 0 、 1 、 2 之一；百位數是 0 、 1 、 2 、 3 之一；千位數是 0 、 1 、 2 、 3 、 4 之一，依此規律繼續下去，則稱此數為一個「好數」。例如：首十個好數分別為 1 、 10 、 11 、 20 、 21 、 100 、 101 、 110 、 111 、 120 。請問第 100 個好數是什麼？