

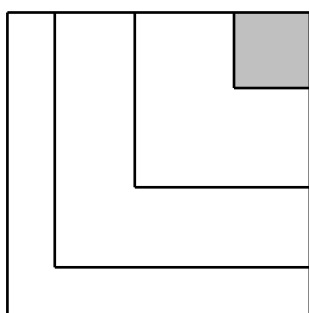
第一部份：

填充题，请将答案填写在题末所附的空格内，共十二题，每题 5 分。

1. 若相同的字母代表相同的数码，不同的字母代表不同的数码，已知三位数 \overline{ABB} 比 \overline{CDC} 少 25，且六位数 \overline{ABBCDC} 是一个完全平方数。请问 \overline{ABBCDC} 是哪一个是正整数的平方？

答：_____

2. 一间 $30\text{ m} \times 30\text{ m}$ 的房屋位于 $120\text{ m} \times 120\text{ m}$ 庭园的东北角。庭园的主人想用两道 V 型的篱笆把庭园其它的部分分割成三块面积相等的 V 型区域，如下图所示。每一段篱笆都垂直于庭园的一边，且同一道篱笆的两段长度相等。请问较短的那道篱笆的长度共为多少 m？



答：_____ m

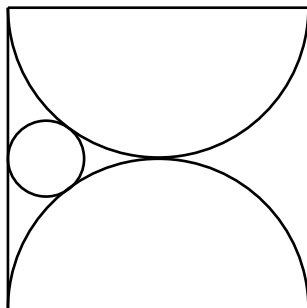
3. 将单词 MOUSEY 中的六个字母任意排成一列。请问共有多少个不同的排列使得其中不含有单词 YOU 或 ME？例如，单词 MOUSEY 自身就是其中一个符合条件的排列。

答：_____

4. 请问共有多少对正整数 (a, b) 使得 $a \leq b$ 且 $2\left(\sqrt{\frac{15}{a}} + \sqrt{\frac{15}{b}}\right)$ 为整数？

答：_____

5. 边长为 80 cm 的正方形内有两个相切于正方形的中心的半圆，另有一个小圆同时与正方形和两个半圆都相切，如图所示。请问这个小圆的半径为多少 cm？

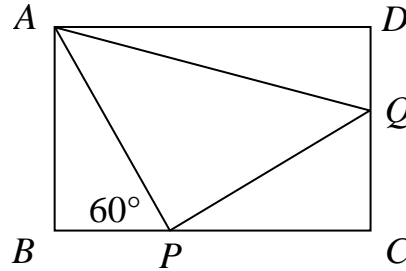


答：_____ cm

6. 有一串连续的正整数，其中每个数都可以表示为两个正整数的平方和，请问这一串数最多能有多少个数？

答：_____

7. 等腰直角三角形 APQ 内接于长方形 $ABCD$ ，且直角顶点 P 在线段 BC 上、点 Q 在线段 CD 上。已知 $BP = 1 \text{ cm}$ 且 $\angle APB = 60^\circ$ ，请问三角形 ADQ 的面积为多少 cm^2 ？



答：_____ cm^2

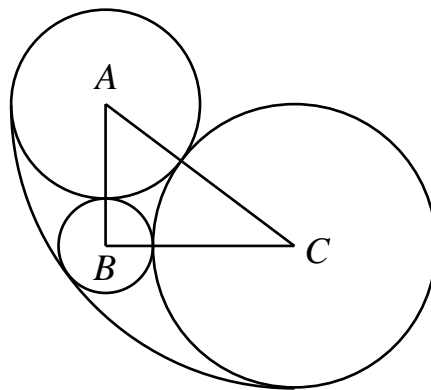
8. 李夫人有一枚钻戒、一枚金戒和一枚象牙戒。她把它们全部戴在右手上，每枚戒指都可以戴在五根手指的任何一根上。如果某一根手指上有两枚或三枚戒指，则戴的顺序不同也当作是不同的戴法。请问李夫人共有多少种不同的方式佩戴这三枚戒指？

答：_____

9. 设 a 、 b 、 c 为正整数，已知 $b+c$ 、 $c+a$ 和 $a+b$ 的最大公因数是 a 、 b 和 c 的最大公因数的 k 倍。请问 k 的最大值是什么？

答：_____

10. 在三角形 ABC 中， $BC = 4 \text{ cm}$ ， $CA = 5 \text{ cm}$ 且 $AB = 3 \text{ cm}$ 。圆心分别为点 A 、 B 、 C 的三个圆两两互相外切，现有第四个圆将这三个圆包含在内部且与这三个圆都相切，如图所示。请问第四个圆的半径是多少 cm ？

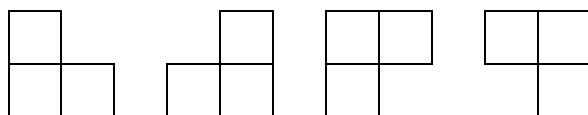


答：_____ cm

11. 已知 a 、 b 为正整数且 $a < b$ ，若 $\frac{a+b}{2}$ 和 \sqrt{ab} 是两个二位数的正整数且它们的数码相同但顺序相反，请问 a 的最小值是多少？

答：_____

12. 某工厂生产两种形状的金属板，第一种形状是 2×2 的正方形；第二种形状是从 2×2 正方形移除其中一个小方格，如下图所示。现欲将一片 7×7 的大金属板沿格线切割为这两种形状的金属板，这 49 个小方格都不得浪费。请问我们最少能得到第二种形状的金属板多少片？



答：_____

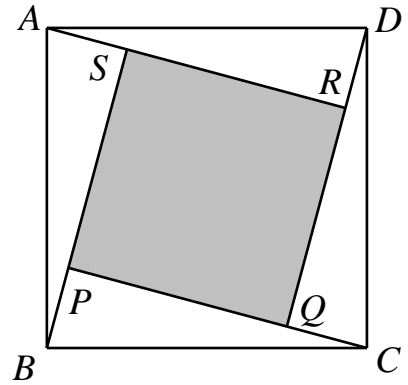
第二部份：

计算及证明题，请在题目下面空白处写出计算或证明过程。共三题，每题 20 分。

1. 在算式 $1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n} + \left(1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n}\right)^2 + \cdots + \left(\frac{1}{n}\right)^2$ 中，从第二个括号开始，每一个括号内的和式都是由前一个括号内的和式删掉第一项之后而得到的。当 $n = 2013$ 时，请问这一个算式的值是什么？

答：_____

2. 在正方形 $ABCD$ 中，已知 $\angle PCB = \angle QDC = \angle RAD = \angle SBA$ ，如图所示。已知 $ABCD$ 的面积是 $PQRS$ 的面积之两倍，请问 $\angle PCB$ 为多少度？



○

答：_____

3. 将八枚硬币正面朝上排成一行。每一次操作，我们可将两枚相邻且都是正面朝上或都是背面朝上的硬币同时翻转。经过若干次操作后，请问总共可以得到多少种正面和背面的不同排列型式？

答：_____