

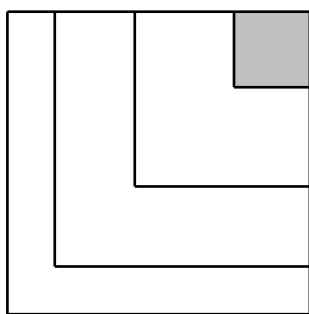
第一部份：

填充題，請將答案填寫在題末所附的空格內，共十二題，每題 5 分。

1. 若相同的字母代表相同的數碼，不同的字母代表不同的數碼，已知三位數 \overline{ABB} 比 \overline{CDC} 少 25，且六位數 \overline{ABBCDC} 是一個完全平方數。請問 \overline{ABBCDC} 是哪一個正整數的平方？

答：_____

2. 一間 $30\text{ m} \times 30\text{ m}$ 的房屋位於 $120\text{ m} \times 120\text{ m}$ 庭園的東北角。庭園的主人想用兩道 V 型的籬笆把庭園其它的部分分割成三塊面積相等的 V 型區域，如下圖所示。每一段籬笆都垂直於庭園的一邊，且同一道籬笆的兩段長度相等。請問較短的那道籬笆的長度共為多少 m？



答：_____ m

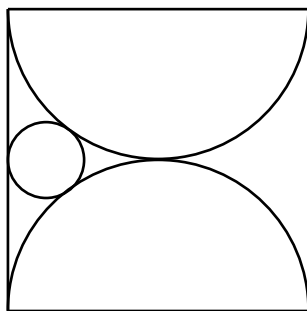
3. 將單詞 MOUSEY 中的六個字母任意排成一列。請問共有多少個不同的排列使得其中不含有單詞 YOU 或 ME？例如，單詞 MOUSEY 自身就是其中一個符合條件的排列。

答：_____

4. 請問共有多少對正整數 (a, b) 使得 $a \leq b$ 且 $2\left(\sqrt{\frac{15}{a}} + \sqrt{\frac{15}{b}}\right)$ 為整數？

答：_____

5. 邊長為 80 cm 的正方形內有兩個相切於正方形的中心的半圓，另有一個小圓同時與正方形和兩個半圓都相切，如圖所示。請問這個小圓的半徑為多少 cm？

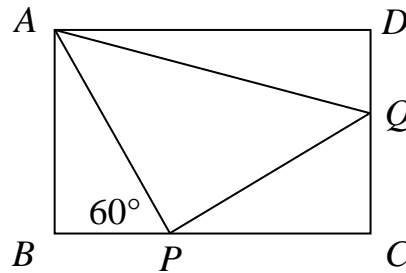


答：_____ cm

6. 有一串連續的正整數，其中每個數都可以表示為兩個正整數的平方和，請問這一串數最多能有多少個數？

答：_____

7. 等腰直角三角形 APQ 內接於長方形 $ABCD$ ，且直角頂點 P 在線段 BC 上、點 Q 在線段 CD 上。已知 $BP = 1$ cm 且 $\angle APB = 60^\circ$ ，請問三角形 ADQ 的面積為多少 cm^2 ？



答：_____ cm^2

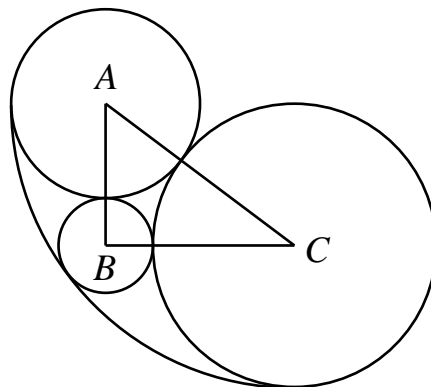
8. 李夫人 有一枚鑽戒、一枚金戒和一枚象牙戒。她把它們全部戴在右手上，每枚戒指都可以戴在五根手指的任何一根上。如果某一根手指上有兩枚或三枚戒指，則戴的順序不同也當作是不同的戴法。請問李夫人 共有多少種不同的方式佩戴這三枚戒指？

答：_____

9. 設 a 、 b 、 c 為正整數，已知 $b+c$ 、 $c+a$ 和 $a+b$ 的最大公因數是 a 、 b 和 c 的最大公因數的 k 倍。請問 k 的最大值是什麼？

答：_____

10. 在三角形 ABC 中， $BC = 4$ cm， $CA = 5$ cm 且 $AB = 3$ cm。圓心分別為點 A 、 B 、 C 的三個圓兩兩互相外切，現有第四個圓將這三個圓包含在內部且與這三個圓都相切，如圖所示。請問第四個圓的半徑是多少 cm？

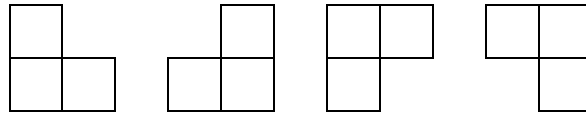


答：_____ cm

11. 已知 a 、 b 為正整數且 $a < b$ ，若 $\frac{a+b}{2}$ 和 \sqrt{ab} 是兩個二位數的正整數且它們的數碼相同但順序相反，請問 a 的最小值是多少？

答：_____

12. 某工廠生產兩種形狀的金屬板，第一種形狀是 2×2 的正方形；第二種形狀是從 2×2 正方形移除其中一個小方格，如下圖所示。現欲將一片 7×7 的大金屬板沿格線切割為這兩種形狀的金屬板，這 49 個小方格都不得浪費。請問我們最少能得到第二種形狀的金屬板多少片？



答：_____

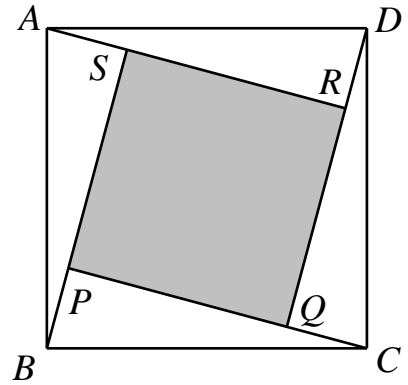
第二部份：

計算及證明題，請在題目下面空白處寫出計算或證明過程。共三題，每題 20 分。

1. 在算式 $1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n} + \left(1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n}\right)^2 + \dots + \left(\frac{1}{n}\right)^2$ 中，從第二個括弧開始，每一個括弧內的和式都是由前一個括弧內的和式刪掉第一項之後而得到的。當 $n = 2013$ 時，請問這一個算式的值是什麼？

答：_____

2. 在正方形 $ABCD$ 中，已知 $\angle PCB = \angle QDC = \angle RAD = \angle SBA$ ，如圖所示。已知 $ABCD$ 的面積是 $PQRS$ 的面積之兩倍，請問 $\angle PCB$ 為多少度？



○

答：_____

3. 將八枚硬幣正面朝上排成一行。每一次操作，我們可將兩枚相鄰且都是正面朝上或都是背面朝上的硬幣同時翻轉。經過若干次操作後，請問總共可以得到多少種正面和背面的不同排列型式？

答：_____