



2014 Korea International Mathematics Competition

21~26 July, 2014, Daejeon City, Korea

青少年数学国际城市邀请赛

队际赛试题

答题时间：60 分钟

答题指引:

- 请勿翻开此页，直到听到答题指令为止。
 - 请在每一页的对应位置填写队名。
 - 本卷试题依照由易至难的顺序安排，共有 10 页，每页一题，每题 40 分。第 2、4、6、8、10 题必须详细写出计算或证明过程，根据答题情况给分，如果空白处不够填写，可将答案写在试题纸的背面；第 1、3、5、7、9 题只需填写答案。
 - 四名队员先用 10 分钟讨论前八题，确定每题答题的队员，每位队员至少要解答一题。然后用 35 分钟，各自作答，不可再交换题目或讨论。最后的 15 分钟，四名队员可一起讨论最后两题并合作解题。
 - 不得使用任何电子计算器具。
 - 可使用铅笔、蓝色或黑色原子笔作答。
 - 答题结束后，监试人员会将所有纸张收回。

Simplified Chinese Version

简体中文版

以下字段由评审填写，考生请勿做任何记号



2014 Korea International Mathematics Competition

21~26 July, 2014, Daejeon City, Korea

青少年数学国际城市邀请赛 队际赛试题

23rd July, 2014, Daejeon City, Korea

队名: _____ 得分: _____

1. 已知

$$S_1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6},$$

$$S_2 = \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{2 \times 4} + \frac{1}{2 \times 5} + \frac{1}{2 \times 6} + \frac{1}{3 \times 4} \\ + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{3 \times 6} + \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{4 \times 6} + \frac{1}{5 \times 6},$$

$$S_3 = \frac{1}{2 \times 3 \times 4} + \frac{1}{2 \times 3 \times 5} + \frac{1}{2 \times 3 \times 6} + \frac{1}{2 \times 4 \times 5} + \frac{1}{2 \times 4 \times 6} \\ + \frac{1}{2 \times 5 \times 6} + \frac{1}{3 \times 4 \times 5} + \frac{1}{3 \times 4 \times 6} + \frac{1}{3 \times 5 \times 6} + \frac{1}{4 \times 5 \times 6},$$

$$S_4 = \frac{1}{2 \times 3 \times 4 \times 5} + \frac{1}{2 \times 3 \times 4 \times 6} + \frac{1}{2 \times 3 \times 5 \times 6} + \frac{1}{2 \times 4 \times 5 \times 6} + \frac{1}{3 \times 4 \times 5 \times 6},$$

$$S_5 = \frac{1}{2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6}.$$

设 $S_1 - S_2 + S_3 - S_4 + S_5 = \frac{m}{n}$, 其中 m 与 n 为互质的正整数。请问 $m+n$ 的值为多少?

答: _____



2014 Korea International Mathematics Competition

21~26 July, 2014, Daejeon City, Korea

青少年数学国际城市邀请赛

队际赛试题

23rd July, 2014, Daejeon City, Korea

队名: _____ 得分: _____

2. 若 p, q, r 与 s 为互不相同的质数，满足 $p+q+r+s$ 也是质数，且 p^2+qr 与 p^2+qs 都是完全平方数，请问 $p+q+r+s$ 的值为多少？

答: _____



2014 Korea International Mathematics Competition

21~26 July, 2014, Daejeon City, Korea

青少年数学国际城市邀请赛

队际赛试题

23rd July, 2014, Daejeon City, Korea

队名: _____ 得分: _____

3. 整数 n 使得 $9n^2+23n-2$ 可以表示为两个相邻的正偶数的乘积, 请问所有这样的整数 n 之和为多少?

答: _____



2014 Korea International Mathematics Competition

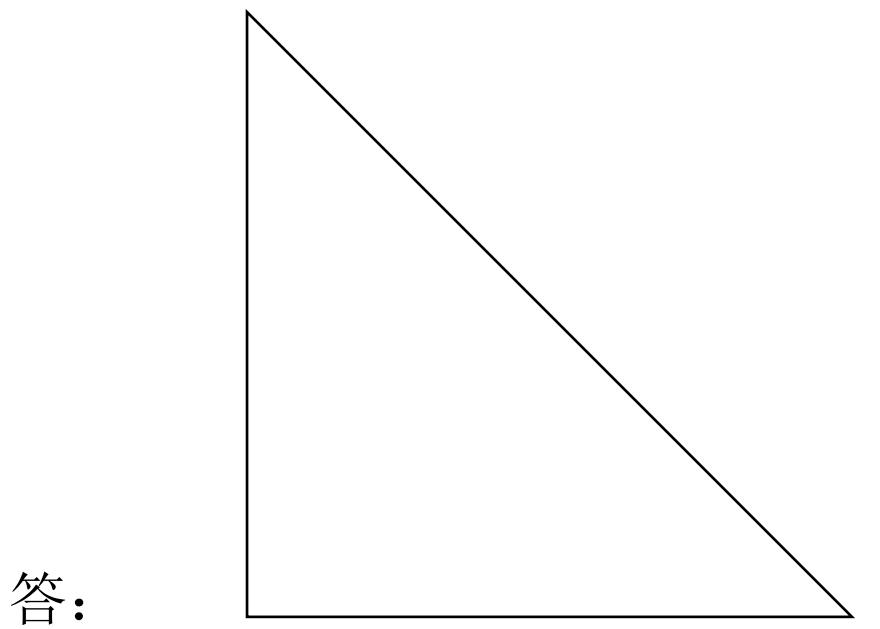
21~26 July, 2014, Daejeon City, Korea

青少年数学国际城市邀请赛 队际赛试题

23rd July, 2014, Daejeon City, Korea

队名: _____ 得分: _____

4. 请把一个直角等腰三角形纸板分割成最少的块数，使得分割得到的这些纸板可以重新无缝隙、无重叠地组合成两个大小不同的直角等腰三角形。





2014 Korea International Mathematics Competition

21~26 July, 2014, Daejeon City, Korea

青少年数学国际城市邀请赛

队际赛试题

23rd July, 2014, Daejeon City, Korea

队名: _____ 得分: _____

5. 若正整数 a , b 与 c 满足 $2b+1$ 能被 a 整除, $2c+1$ 能被 b 整除, $2a+1$ 能被 c 整除,
请问 $a+b+c$ 的最大值为多少?

答: _____



2014 Korea International Mathematics Competition

21~26 July, 2014, Daejeon City, Korea

青少年数学国际城市邀请赛

队际赛试题

23rd July, 2014, Daejeon City, Korea

队名: _____ 得分: _____

6. 若正整数 n 小于 100 且恰有 4 个正因数，并满足其中两个因数之和减去另外两个因数之和所得的差为一个完全平方数，请求出所有这样的正整数 n 。

答: _____



2014 Korea International Mathematics Competition

21~26 July, 2014, Daejeon City, Korea

青少年数学国际城市邀请赛

队际赛试题

23rd July, 2014, Daejeon City, Korea

队名: _____ 得分: _____

7. 某家韩国餐厅有鱼汤、牛肉汤与人参鸡汤这三种汤供应，但每天只供应其中一种汤，并且人参鸡汤不能连续三天或三天以上供应。请问 7 天的菜单中共有多少种不同的样式？

答: _____ 种



2014 Korea International Mathematics Competition

21~26 July, 2014, Daejeon City, Korea

青少年数学国际城市邀请赛

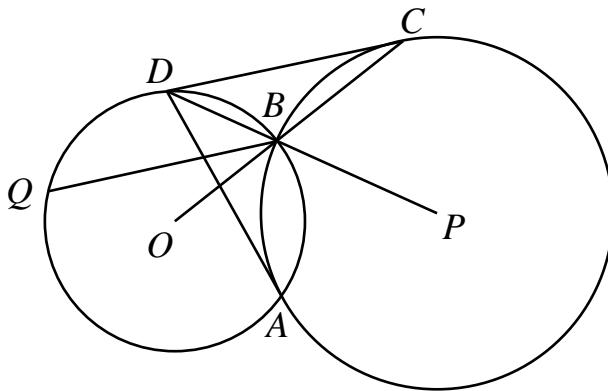
队际赛试题

23rd July, 2014, Daejeon City, Korea

队名:

得分:

8. 圆心分别为点 O 与点 P 的两个圆相交于 A 与 B 两点。 OB 的延长线交第二个圆于点 C , PB 的延长线交第一个圆于点 D 。过点 B 且与 CD 平行的直线交第一个圆于点 Q ($Q \neq B$)。证明: $AD=BQ$ 。





2014 Korea International Mathematics Competition

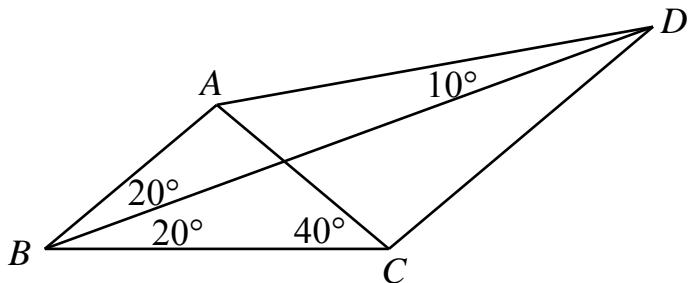
21~26 July, 2014, Daejeon City, Korea

青少年数学国际城市邀请赛 队际赛试题

23rd July, 2014, Daejeon City, Korea

队名: _____ 得分: _____

9. 在四边形ABCD中, $\angle BDA=10^\circ$, $\angle ABD=\angle DBC=20^\circ$ 与 $\angle BCA=40^\circ$ 。请问 $\angle BDC$ 为多少度?



答: _____ °



2014 Korea International Mathematics Competition

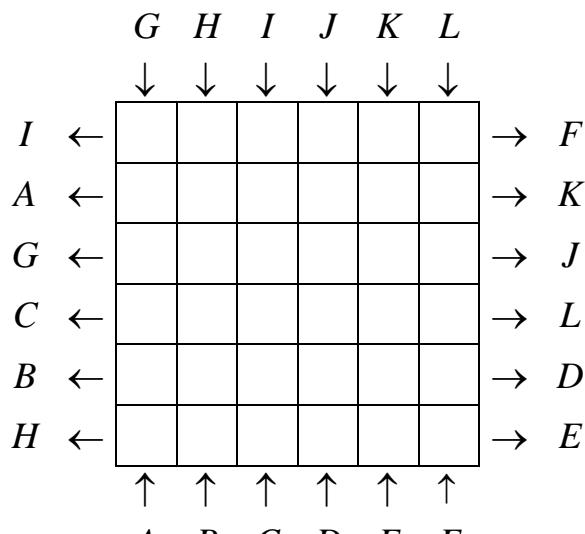
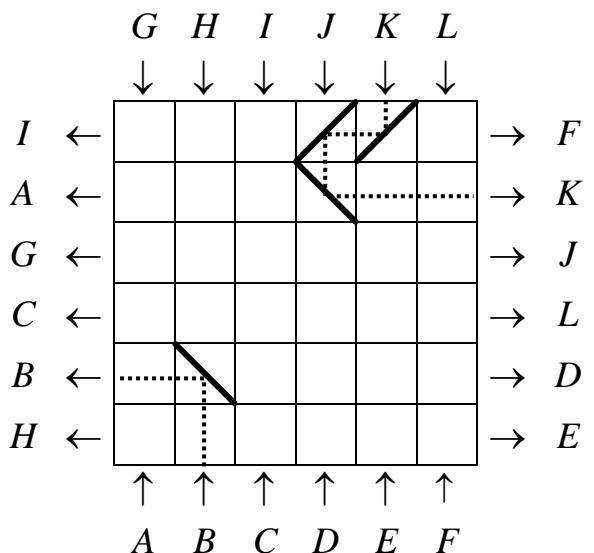
21~26 July, 2014, Daejeon City, Korea

青少年数学国际城市邀请赛 队际赛试题

23rd July, 2014, Daejeon City, Korea

队名: _____ 得分: _____

10. 下图是一个 6×6 的方盒子，编号从 A 到 L 的小球沿着盒子的列入射，然后沿着盒子的行弹出。每个小球的入射点与弹出点已用各自的编号标出。反弹板可以沿着盒子的任一小方格的其中一条对角线摆放，图中给出了 4 条反弹板的示例。当小球碰到反弹板，它将从垂直的方向反弹出去。您必须保证每个小球按指定的位置弹出盒子，如图中的小球 B 与 K 。您必须删除图中作为示例的 4 条反弹板，然后在另外的方格中放入 10 条反弹板。您不能在图中示例的位置放任何反弹板。



答: _____