



# 國際數學競賽

INTERNATIONAL MATHEMATICS COMPETITION  
Changchun China, 27 July ~ 1 August 2015

## 国际小学数学竞赛 个人赛试题

答题时间：90 分钟

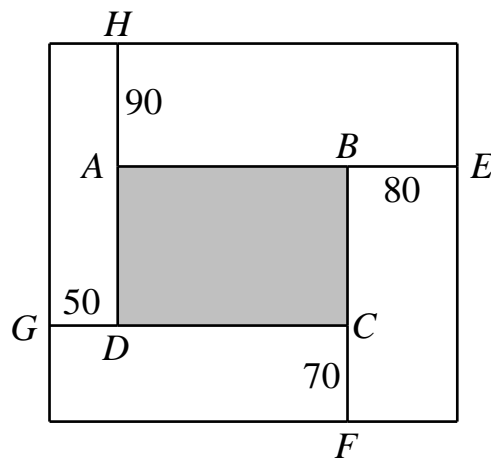
### 答题指引：

- 请勿翻开此页，直到听到答题指令为止。
- 请在答案纸上填写您的姓名、编号及队名。
- 请将答案填写在答案纸上，答案仅须填写阿拉伯数值即可。
- 共 15 题每题 10 分，总分 150 分。若题目有不只一个答案，则全部答对才给分，答错不倒扣分。
- 题目所提供之图形只是示意图，不一定精准。
- 不得使用任何计算器具与量角器。
- 可使用铅笔、蓝色或黑色原子笔作答。
- 答题结束后，监试人员会将所有纸张收回。

Simplified Chinese Version

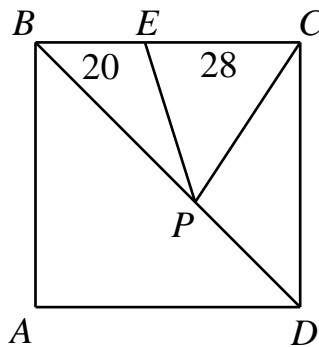
简体中文版

1. 请问与 2015 的正因子个数相同的最小四位数是什么？
2. 每位学生从 1、2、3、 $\dots$ 、20、21 这二十一个正整数中移除三个正整数并计算其余十八个正整数的和，且在被移除的三个正整数中，有两个数为连续的正整数。若没有两位学生移除的三个正整数完全相同，请问至多能有多少位学生所正确计算出的和为 212？
3. 从矩形房子  $ABCD$  向外延长篱笆。延长篱笆  $AB$  至点  $E$  使得  $BE = 80\text{m}$ 、延长篱笆  $BC$  至点  $F$  使得  $CF = 70\text{m}$ 、延长篱笆  $CD$  至点  $G$  使得  $DG = 50\text{m}$ 、延长篱笆  $DA$  至点  $H$  使得  $AH = 90\text{m}$ ，接着经过点  $E$ 、 $G$  分别筑平行于  $AD$  的篱笆、经过点  $F$ 、 $H$  分别筑平行于  $AB$  的篱笆，这几道篱笆在房子四周恰好围出了四块矩形花园，如图所示。若这四块花园的周长总和为  $2016\text{m}$ ，请问这栋房子的周长是多少  $\text{m}$ ？

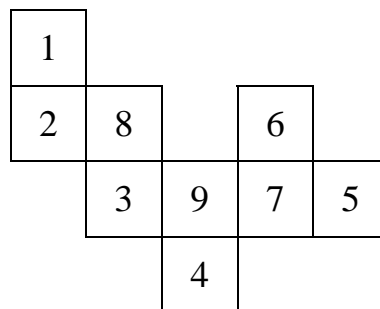


4. 有一个团体是由若干个组织所构成，而其中每一个组织都是由若干个协会所构成、每一个协会都是由若干个学会所构成、每一个学会都是由若干个俱乐部所构成。已知每一个学会内的俱乐部数量、每一个协会内的学会数量、每一个组织内的协会数量都相同且多于 1 个。若这一个团体有一个主席职务，而每一个组织、协会、学会及俱乐部也都各有一个主席职务，且整个团体内担任主席职务的总数有 161 个，请问这个团体内多少个组织？
5. A、B 两台机器用一分钟各都可以制造出 1 个瓶子，但机器 A 每制造 3 个瓶子后就必须停机 1 分钟、机器 B 每制造 5 个瓶子后就必须停机 1.5 分钟。请问同时利用这两台机器制造 2015 个瓶子至少需花费多少分钟？
6. 用 1、2、3、4、5 与 6 这六个数码各恰一次，构造出一个一位数、一个两位数、一个三位数。已知一位数与两位数的和为 47、两位数与三位数的和为 358，请问这三个数的总和是多少？

7. 已知点  $E$  在正方形  $ABCD$  的边  $BC$  上，且  $BE = 20\text{ cm}$ 、 $CE = 28\text{ cm}$ 。若点  $P$  是对角线  $BD$  上的一个点，请问  $PE + PC$  的最小可能值是多少  $\text{cm}$ ？

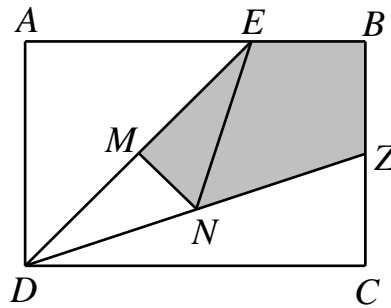


8. 在一组相异的正整数中，最大的数小于 36，且恰为最小的数的三倍，而最小的数恰为这一组数的平均值的三分之二。请问这一组数中至多有多少个数？
9. 下图所示是一个立体结构的俯视图，它是由单位正立方体为基底并以面对面完全重合的方式叠合一些单位正立方体而组成的，且其底部都在同一平面上，图中每一个数即为每一个基底上所使用的单位正立方体个数。若将这个立体结构的表面涂上油漆（包括底部的九个  $1 \times 1$  的正方形），请问在所有单位正立方体的面中，共有多少个  $1 \times 1$  的表面被涂上油漆？



10. 有四个相异的三位数，每个数的数码之和都相等，且这四个三位数之和为 2015。请问这四个三位数之数码和的所有可能值之和是多少？
11. 已知有三个正整数，第一个正整数是由二个相同数码所组成的两位数、第二个正整数则是由二个相异数码所组成的两位数，且其个位数码与第一个正整数的数码相同、第三个正整数则是由一个数码所组成的一位数且这个数码与第二个正整数的十位数数码相同。若这三个正整数中恰有两个正整数是质数，请问满足上述条件的三个正整数共有多少种可能？
12. 将一个正整数除以 5，然后把所得的商与余数逐项记录下来，再将同一个正整数除以 3 后，同样地也把所得的商与余数逐项记录下来。若两次记录的数都相同但顺序相反，请问原来正整数的所有可能值之乘积是多少？

13. 点  $E$  为矩形  $ABCD$  的  $AB$  边上的一点，使得  $AE = 2EB$  且点  $Z$  为  $BC$  边的中点，而点  $M$  与  $N$  分别为线段  $DE$  与  $DZ$  的中点。若三角形  $EMN$  的面积为  $5 \text{ cm}^2$ ，请问五边形  $MEBZN$  的面积为多少  $\text{cm}^2$ ？



14. 将  $1, 2, 3, \dots, 12$  分成四组，每一组恰有三个数且每一组内的数之和都可被  $3$  整除。请问共有多少种不同的分组方法？
15. 从  $1, 2, 3, \dots, 19$  中选出第一个数，并从  $1, 2, 3, \dots, 19$  中选出第二个数，若第二个数比第一个数多  $10 \sim 18$ ，或少  $1 \sim 9$ ，则称第一个数是第二个数的「跟随数」，例如  $6$  是  $16, 17, 18, 19, 1, 2, 3, 4$  与  $5$  的跟随数。现从数  $1, 2, 3, \dots, 19$  中任选三个数，使得第一个数是第二个数的跟随数、第二个数是第三个数的跟随数且第一个数也是第三个数的跟随数。请问共有多少种不同的选择方法？