



InIMC - 2017

India International Mathematics Competition

Organized by - CITY MONTESSORI INTER COLLEGE, RDSO Campus, Lucknow - INDIA
Phone: +91-522-2453546, E-mail: inimc@cmseducation.org, rdso@cmseducation.org



青少年数学国际城市邀请赛

个人赛试题

答题时间：120 分钟

答题指引：

- 个人赛试题答题时间共 120 分钟，包括两个部份：
第一部份包括填充题 12 题，只须填写阿拉伯数值答案；
第二部份包括计算与证明题 3 题，必须填写详细计算过程或证明。
- 第一部份每道题目 5 分，没有部分分数，答错不倒扣分数。您所填入的答案个数不得多于所要求的答案个数。若题目有不只一个答案，则全部答对才给分。
第二部份每道题目 20 分，将根据答题情况给予部份分数。
- 题目中所提供之图形只是示意图，不一定精准。

作答须知：

- 请在本页的对应位置填写您的队名、姓名及编号。
- 第一部份填充题，请将答案填写在题末所附的空格内。
第二部份计算与证明题，请在题目下空白处写出计算或证明过程。
- 可使用铅笔、蓝色或黑色原子笔作答。
- 不得使用任何计算器具、电子仪器与量角器。
- 答题结束后，请将您的题目卷、答案卷与所有草稿纸装入信封并交由监试人员收回。

Simplified Chinese Version

简体中文版

队名：_____ 姓名：_____ 编号：_____ 分数：_____

以下字段由评审填写，考生请勿做任何记号

题号	第一部份												第二部份			总分	评审 签名
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3		
分数																	
分数																	

第一部份：

填充题，请将答案填写在题末所附的空格内，共十二题，每题 5 分。

1. 已知精装本小说和精装本课本的数量一样多，且 $\frac{2}{5}$ 的小说为精装本， $\frac{3}{4}$ 的课本为精装版。请问精装本书籍占有所有书籍的比例为多少？

Answer: _____

2. 一位农夫收成了 2017 颗苹果，平均重量为 100g。重量大于 100g 的苹果之平均重量为 122g，重量小于 100g 的苹果之平均重量为 77g。请问这位农夫至少收成了多少颗重量恰好为 100g 的苹果？

Answer: _____ 颗

3. 已知一个矩形其中三条边长之和为 2017 cm，第四条边与一条对角线长度之和也为 2017cm，请问这个矩形的对角线长度为多少 cm？

Answer: _____ cm

4. 已知实数 a, b, c, d 满足 $0 \leq a \leq b \leq c \leq d$ 且 $c + d = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 1$ 。请问 $a + b$ 的最大值为多少？

Answer: _____

5. 已知 a, b, c 为正实数，请问分式 $\frac{a^2 + b^2 + c^2}{ab + bc}$ 的最小可能值为多少？

Answer: _____

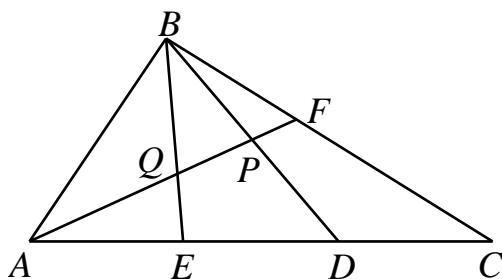
6. 一个圆内接八边形的边长分别为 3、3、11、11、15、15、15、15 cm，请问这个八边形的面积为多少 cm^2 ？

Answer: _____ cm^2

7. 若实数 x, y 满足 $4x^2 + y^2 = 4x - 2y + 7$ ，请问 $5x + 6y$ 的最大值为多少？

Answer: _____

8. 在三角形 ABC 中，点 E 与点 D 都在边 AC 上，点 F 在边 BC 上，满足 $AE = ED = DC$ 且 $BF : FC = 2 : 3$ 。 AF 分别交 BD 与 BE 于点 P 与 Q 。请问四边形 $EDPQ$ 与三角形 ABC 的面积之比是什么？

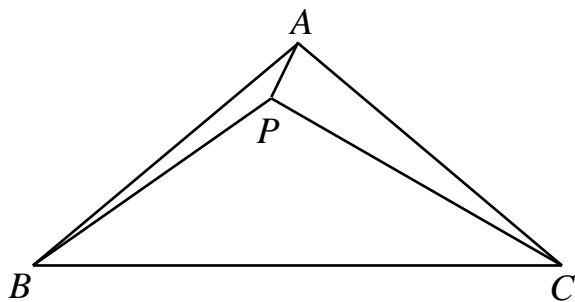


Answer: _____

9. 已知非负实数 x_1, x_2, \dots, x_8 之和为 8。请问 $x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_4 + \dots + x_7x_8$ 的最大值为多少？

Answer: _____

10. 在等腰三角形 ABC 中, $AB = AC$ 且 $\angle BAC = 100^\circ$ 。已知点 P 在三角形 ABC 的内部满足 $\angle CBP = 35^\circ$ 且 $\angle PCB = 30^\circ$ 。请问 $\angle BAP$ 为多少度?



Answer: _____

11. 若 $xyz = -1$ 且 $a = x + \frac{1}{x}$ 、 $b = y + \frac{1}{y}$ 、 $c = z + \frac{1}{z}$, 请问 $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + abc}$ 的值为多少?

Answer: _____

12. 小明、小亮、小强三人拥有弹珠的数量互不相同, 每两人的弹珠数量乘积之和的 5 倍等于三人的弹珠数量乘积的 7 倍。请问这三人的弹珠数量之和的最大值为多少?

Answer: _____

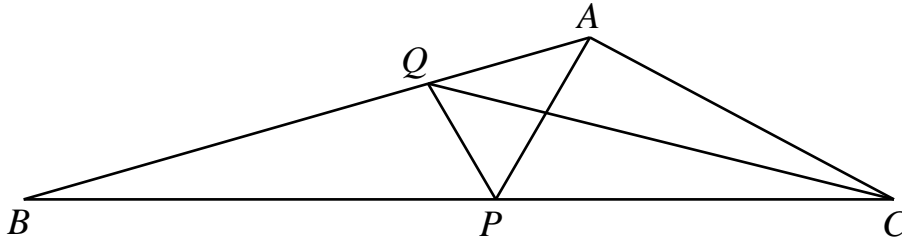
第二部份:

计算与证明题, 请在题目下空白处写出计算或证明过程。共三题, 每题 20 分。

1. 若非负整数 x 、 y 使得 $2^6 + 2^x + 2^{3y}$ 为小于 10000 的完全平方数, 请问 $x + y$ 的最大值为多少?

Answer: _____

2. 在三角形 ABC 中， $\angle B = 16^\circ$ 且 $\angle C = 28^\circ$ 。点 P 在边 BC 上满足 $\angle BAP = 44^\circ$ ，点 Q 在边 AB 上满足 $\angle QCB = 14^\circ$ 。请问 $\angle PQC$ 为多少度？



○
Answer: _____

3. 设 $f(x)$ 与 $g(x)$ 为关于 x 且相异的两个二次函数，并满足二次项系数为 1 且

$$f(1) + f(2017) + f(2017^2) = g(1) + g(2017) + g(2017^2)。$$

若 $f(x) = g(x)$ ，请问 x 的值为多少？

Answer: _____