



InIMC - 2017

India International Mathematics Competition

Organized by - CITY MONTESSORI INTER COLLEGE, RDSO Campus, Lucknow - INDIA
Phone: +91-522-2453546, E-mail: inimc@cmseducation.org, rdso@cmseducation.org



青少年數學國際城市邀請賽

個人賽試題

答題時間：120 分鐘

答題指引：

- 個人賽試題答題時間共 120 分鐘，包括兩個部份：
第一部份包括填充題 12 題，只須填寫阿拉伯數值答案；
第二部份包括計算與證明題 3 題，必須填寫詳細計算過程或證明。
- 第一部份每道題目 5 分，沒有部分分數，答錯不倒扣分數。您所填入的答案個數不得多於所要求的答案個數。若題目有不只一個答案，則全部答對才給分。
第二部份每道題目 20 分，將根據答題情況給予部份分數。
- 題目中所提供之圖形只是示意圖，不一定精準。

作答須知：

- 請在本頁的對應位置填寫您的隊名、姓名及編號。
- 第一部份填充題，請將答案填寫在題末所附的空格內。
第二部份計算與證明題，請在題目下空白處寫出計算或證明過程。
- 可使用鉛筆、藍色或黑色原子筆作答。
- 不得使用任何計算器具、電子儀器與量角器。
- 答題結束後，請將您的題目卷、答案卷與所有草稿紙裝入信封並交由監試人員收回。

Traditional Chinese Version

正體中文版

隊名： _____ 姓名： _____ 編號： _____ 分數： _____

以下欄位由評審填寫，考生請勿做任何記號

題號	第一部份												第二部份			總分	評審 簽名
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3		
分數																	
分數																	

第一部份：

填充題，請將答案填寫在題末所附的空格內，共十二題，每題 5 分。

1. 已知精裝本小說和精裝本課本的數量一樣多，且 $\frac{2}{5}$ 的小說為精裝本， $\frac{3}{4}$ 的課本為精裝版。請問精裝本書籍占所有書籍的比例為多少？

Answer : _____

2. 一位農夫收成了 2017 顆蘋果，平均重量為 100g。重量大於 100g 的蘋果之平均重量為 122g，重量小於 100g 的蘋果之平均重量為 77g。請問這位農夫至少收成了多少顆重量恰好為 100g 的蘋果？

Answer : _____ 顆

3. 已知一個矩形其中三條邊長之和為 2017 cm，第四條邊與一條對角線長度之和也為 2017cm，請問這個矩形的對角線長度為多少 cm？

Answer : _____ cm

4. 已知實數 a 、 b 、 c 、 d 滿足 $0 \leq a \leq b \leq c \leq d$ 且 $c + d = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 1$ 。請問 $a + b$ 的最大值為多少？

Answer : _____

5. 已知 a 、 b 、 c 為正實數，請問分式 $\frac{a^2 + b^2 + c^2}{ab + bc}$ 的最小可能值為多少？

Answer : _____

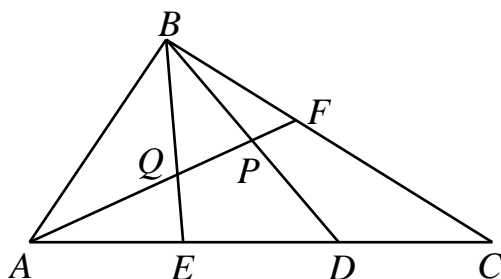
6. 一個圓內接八邊形的邊長分別為 3、3、11、11、15、15、15、15 cm，請問這個八邊形的面積為多少 cm^2 ？

Answer : _____ cm^2

7. 若實數 x 、 y 滿足 $4x^2 + y^2 = 4x - 2y + 7$ ，請問 $5x + 6y$ 的最大值為多少？

Answer : _____

8. 在三角形 ABC 中，點 E 與點 D 都在邊 AC 上，點 F 在邊 BC 上，滿足 $AE = ED = DC$ 且 $BF : FC = 2 : 3$ 。 AF 分別交 BD 與 BE 於點 P 與 Q 。請問四邊形 $EDPQ$ 與三角形 ABC 的面積之比是什麼？

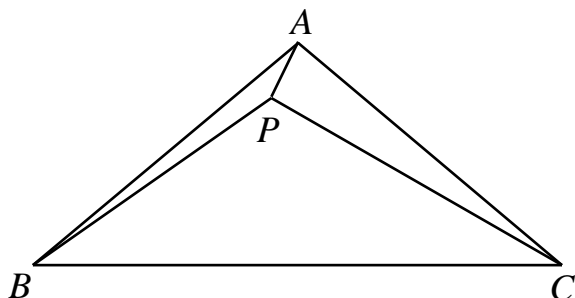


Answer : _____

9. 已知非負實數 x_1, x_2, \dots, x_8 之和為 8。請問 $x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_4 + \dots + x_7x_8$ 的最大值為多少？

Answer : _____

10. 在等腰三角形 ABC 中， $AB = AC$ 且 $\angle BAC = 100^\circ$ 。已知點 P 在三角形 ABC 的內部滿足 $\angle CBP = 35^\circ$ 且 $\angle PCB = 30^\circ$ 。請問 $\angle BAP$ 為多少度？



Answer : _____

11. 若 $xyz = -1$ 且 $a = x + \frac{1}{x}$ 、 $b = y + \frac{1}{y}$ 、 $c = z + \frac{1}{z}$ ，請問 $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + abc}$ 的值為多少？

Answer : _____

12. 小明、小亮、小強 三人擁有彈珠的數量互不相同，每兩人的彈珠數量乘積之和的 5 倍等於三人的彈珠數量乘積的 7 倍。請問這三人的彈珠數量之和的最大值為多少？

Answer : _____

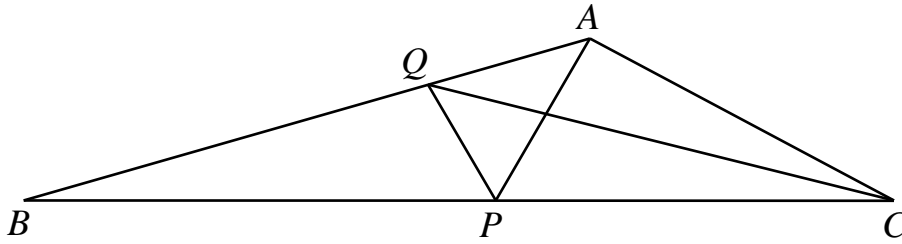
第二部份：

計算與證明題，請在題目下空白處寫出計算或證明過程。共三題，每題 20 分。

1. 若非負整數 x, y 使得 $2^6 + 2^x + 2^{3y}$ 為小於 10000 的完全平方數，請問 $x + y$ 的最大值為多少？

Answer : _____

2. 在三角形 ABC 中， $\angle B = 16^\circ$ 且 $\angle C = 28^\circ$ 。點 P 在邊 BC 上滿足 $\angle BAP = 44^\circ$ ，點 Q 在邊 AB 上滿足 $\angle QCB = 14^\circ$ 。請問 $\angle PQC$ 為多少度？



○

Answer : _____

3. 設 $f(x)$ 與 $g(x)$ 為關於 x 且相異的兩個二次函數，並滿足二次項係數為 1 且
- $$f(1) + f(2017) + f(2017^2) = g(1) + g(2017) + g(2017^2)。$$

若 $f(x) = g(x)$ ，請問 x 的值為多少？

Answer : _____