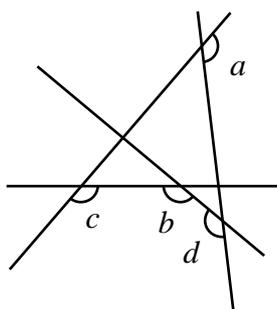


# Invitational World Youth Mathematics Intercity Competition 1999

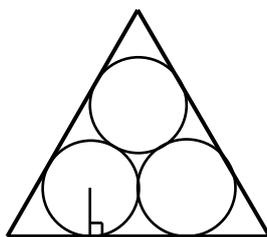
## 1999 青少年数学国际城市邀请赛个人竞赛试题

第一部份： 填充题， 请将答案填写在题末所附的空格内， 共十二题， 每题 5 分。

1. 设有一数  $a=1223334444555556666667777778888888999999999$ ， 则  $a$  除以 9 之余数为\_\_\_\_\_。
2. 如图， 则  $a+b+c+d=$ \_\_\_\_\_。

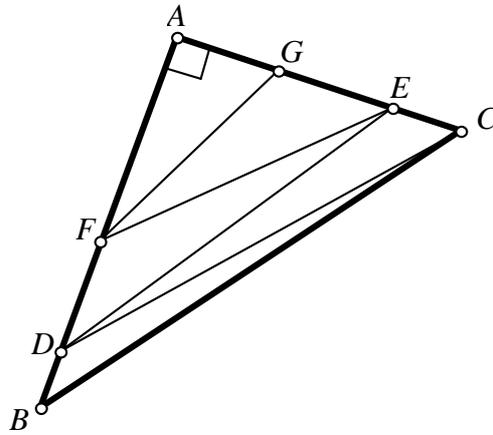


3. 在  $1^2$ 、  $2^2$ 、  $\dots$ 、  $1999^2$  这些数中十位数的数字为奇数的数共有\_\_\_\_\_。
4. 有一幢建筑物高 60 公尺， 其在白天某一时刻的影子长为 40 公尺； 此建筑物的顶楼插一旗杆， 此旗杆长为 2 公尺。 今在同一时间时， 则旗杆的影子长为\_\_\_\_\_公尺。
5. 计算  $1999^2 - 1998^2 + 1997^2 - 1996^2 + \dots + 3^2 - 2^2 + 1^2 =$ \_\_\_\_\_。
6. 如果一个四位数中正好有两个数字是相同的数， 称为「好数」； 例如： 3445、 3231 是好数， 但 3443、 3233 不是好数， 则所有四位数中千位数字是 3 的好数有\_\_\_\_\_个。
7. 如图， 已知正三角形的边长为 1， 若有三个等圆彼此相切且与此三角形的边相切如图所示， 则圆的半径为\_\_\_\_\_。

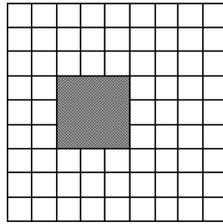


8. 设  $A$ 、  $B$ 、  $C$  表三个正整数， 若  $A$  的平方加 160 等于  $B$  的平方加 5， 且  $A$  的平方加 320 等于  $C$  的平方加 5， 则  $A=$ \_\_\_\_\_。
9. 设  $x$  表一个二位数， 且  $f(x)$  表  $x$  加上其数字和再减去其数字积， 例如： 当  $x=32$ ， 则  $f(x)=32+3+2-6=31$ 。 当  $x$  为\_\_\_\_\_时，  $f(x)$  的值为最大。

10. 如图，在直角三角形  $ABC$  中， $\overline{AB}$  长为 15， $\overline{AC}$  长为 8， $E、G$  在  $\overline{AC}$ ， $D、F$  在  $\overline{AB}$  上，若  $\overline{CD}$ 、 $\overline{DE}$ 、 $\overline{EF}$ 、 $\overline{FG}$  将直角三角形  $ABC$  分成五个面积相等的部分且  $\overline{CD}$ 、 $\overline{DE}$ 、 $\overline{EF}$ 、 $\overline{FG}$  的长度只有一个是整数，则此整数为\_\_\_\_\_。



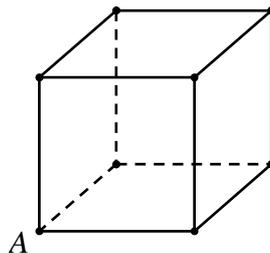
11. 如图所示，则由网格线所围成的正方形共有\_\_\_\_\_个。



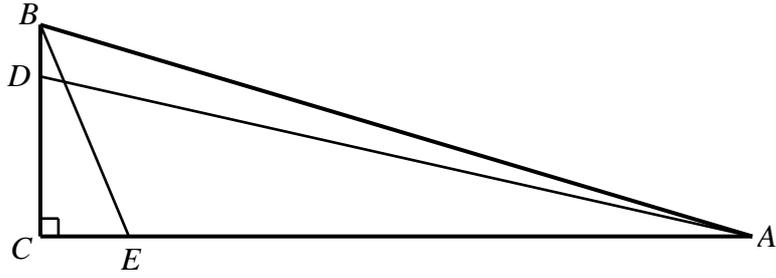
12. 设有 A、B 两个委员会，其中 A 委员会有 13 名委员，B 委员会有 6 名委员。假如在本年度召开的会议期间。若每位委员出席会议的日数在 30 天以内(含 30 天)，则每天支领 6000 元的车马费。若会议超过 30 天，以后的每一支领 9000 元的车马费。已知 B 委员会开会的日数是 A 委员会开会的日数的两倍，在本年度会议两委员会所支出的车马费都相同，且这两委员会车马费的总开支超过 3000000 元，则这两委员会实际支领车马费总共是\_\_\_\_\_元。

**第二部份： 计算及证明题，请在题目下面空白处写出计算或证明过程。共三题，每题 20 分。**

1. 有一由铁丝围成且边长为 1 的正立方体如图所示，今有一只蚂蚁从点 A 出发，沿着此正立方体的边（铁线）走但不能走重复的路线，若它要走向原来的 A 点，试问这只蚂蚁所走的路径最长为多少？（并说明理由）



2. 如图，已知  $\overline{AC} = 8\overline{CE}$ ， $\overline{BC} = 4\overline{BD}$ 。若  $\overline{AD} = 164$  且  $\overline{BE} = 52$ ，试求  $\overline{AB}$ 。



3. 将一个六位数分别乘以 2、3、4、5、6 后得到的数还是由原来的六位数的数字所组成，只是改变了原来数字排列的位置，试求原来的数为多少？