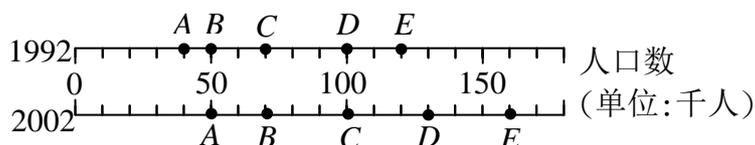


Invitational World Youth Mathematics Intercity Competition 2002

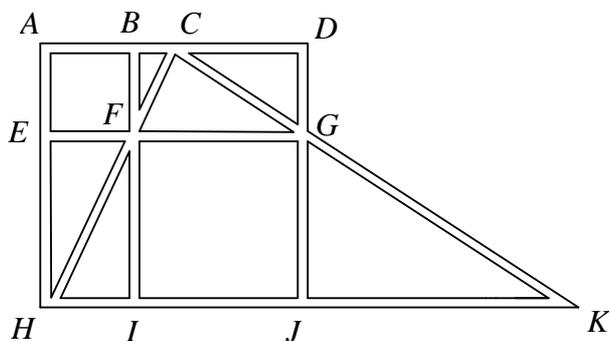
2002 青少年数学国际城市邀请赛个人竞赛试题

第一部份： 填充题， 请将答案填写在题末所附的空格内， 共十二题， 每题 5 分。

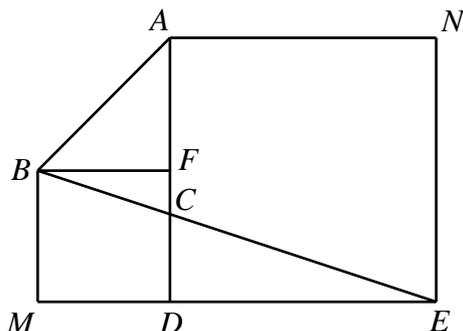
1. 如下图表所示， 在每条横在线， A 、 B 、 C 、 D 、 E 分别代表所述年份之五个城市的人口数目。 试问从 1992 年至 2002 年， 哪一个城市的人口成长率最大？



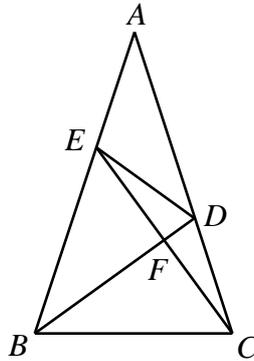
2. 已知 $x = \frac{\sqrt{(a+2b)} + \sqrt{(a-2b)}}{\sqrt{(a+2b)} - \sqrt{(a-2b)}}$ 。 试求 $bx^2 - ax + b$ 的数值。
3. 已知 x ， 要计算 x^8 的值必须经以下三个算术运算步骤： $x^2 = x \cdot x$ 、 $x^4 = x^2 \cdot x^2$ 及 $x^8 = x^4 \cdot x^4$ 。 当要计算 x^{15} 的值时， 须作以下的五个算术运算步骤： 前三个运算如上所述； 接着作 $x^{16} = x^8 \cdot x^8$ 和 $x^{15} = x^{16} \div x$ 。 试问： 要计算 x^{1000} 的值时， 至少要作多少次算术运算步骤 (乘法及除法)？
4. 设 $P(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ ， 其中 a 、 b 、 c 、 d 为常数。 如果 $P(1) = 10$ 、 $P(2) = 20$ 、 $P(3) = 30$ ， 试求 $P(10) + P(-6)$ 的数值？
5. 下图为某个城市的街道平面图。 警察站岗的位置可看见整条直线街道的情况， 请安排三个警察站岗的位置， 使得任意一条街道均至少可被一位警察监看到。 请写出对应的三个英文字母， 分别代表三位警察站岗的位置。



6. 如下图所示， $BMDF$ 及 $ADEN$ 是两个大小不同的正方形。 如果三角形 CDE 的面积是 6。 试求三角形 ABC 的面积。



7. 有一个十八位数 $\overline{A3640548981270644B}$ ，它被 99 整除。试问满足上述条件的数对 (A, B) 有多少组？
8. 10 个人排成一排站立在一直在线上，第一人走到队伍的最末端，第二人坐下来，第三人走到队伍的最末端，第四人坐下来，……，依此方式继续下去，坐下来的人不再起来走动。重复这程序直到最后只有一个人站立为止。试问最后站立的人原来的位置排在第几位？
9. 在三角形 ABC 中，分别作三个内角的内角平分线 $\overline{AA_1}$ 、 $\overline{BB_1}$ 、 $\overline{CC_1}$ ，其中 A_1 、 B_1 、 C_1 分别在 \overline{BC} 、 \overline{AC} 、 \overline{AB} 边上。如果 $\angle ABC = 120^\circ$ 。试求 $\angle A_1B_1C_1$ 的值。
10. x 、 y 、 z 、 k 为实数，若 $\frac{x+y}{z} = \frac{y+z}{x} = \frac{z+x}{y} = k$ 。试问满足上述条件的 k 值有多少个？
11. 设点 L 为正方形 $ABCD$ 的对角线 \overline{AC} 上的一点， $\overline{AL} = 3\overline{LC}$ 。点 K 为 \overline{AB} 的中点。试求 $\angle KLD$ 。
12. 如图，在三角形 ABC 中， $\angle A = 36^\circ$ 、 $\angle ACB = 72^\circ$ 、 $\angle B$ 的角平分线交 \overline{AC} 于点 D ，由 C 点作 \overline{BD} 的垂线交 \overline{BD} 于点 F ，交 \overline{AB} 于点 E 。试问这个图中有多少个等腰三角形？



第二部份：计算及证明题，请在题目下面空白处写出计算或证明过程。共三题，每题 20 分。

1. 有两个相异的二位数，其个位数相同，但是十位数字不同。其中一个数除以 9 所得的商数等于另一个数除以 9 所得的余数，反之亦然。试问这二个数的相同的个位数字是多少？
2. 已知：

$$(x+y)(x+z) = 15$$

$$(y+z)(y+x) = 18$$

$$(z+x)(z+y) = 30$$

试求 x 、 y 、 z 之值。

3. 如下图， $\triangle ABC$ 中， \overline{AD} 为 $\angle A$ 的角平分线交 \overline{BC} 边于点 D 、 M 是 \overline{BC} 边上的中点，并且 $\overline{AD} \parallel \overline{ME}$ 。试证： $\overline{BE} = \overline{CF} = \frac{1}{2}(\overline{AB} + \overline{AC})$ 。

