

2006 Wenzhou Invitational World Youth Mathematics Intercity Competition

2006 青少年数学国际城市邀请赛



个人赛试题 答题时间：120 分钟 2006/7/12 温州市

队名：_____ 姓名：_____ 得分：_____

第一部份： 填空题，请将答案填写在空格内。不须列出演算过程，共 12 题，每题五分。

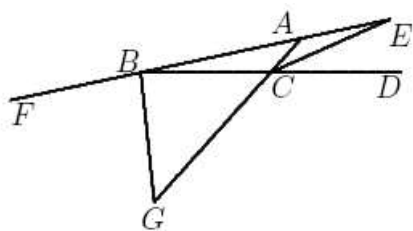
1. 小琳用计算器求三个整数 a, b, c 的表达式 $\frac{a+b}{c}$ 。她依次按了 $a, +, b, /, c, =$ ，得到数值 11。而当她依次按 $b, +, a, /, c, =$ 时，惊讶地发现得到数值是 14。这时她才明白计算器是先做除法再做加法的，于是她依次按 $(, a, +, b,), /, c, =$ 而得到了正确的结果。这个正确结果是什么？

答案： _____

2. 平面上有一线段 AB ，长度为 5，在此平面上与 A, B 两点距离分别为 2 和 3 的直线有多少条？

答案： _____

3. 如图所示，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 是 BC 延长线上的点，点 F 是 AB 延长线上的点。 $\angle ACD$ 的平分线交 BA 延长线于点 E ， $\angle FBC$ 的平分线交 AC 延长线于点 G 。若 $CE = BC = BG$ ，求 $\angle ABC$ 的度数。



答案： _____

4. 老师说：「 a, b 两个数满足关系式 $a+b-ab=1$ 。已知 a 不是整数，则对 b 可作出怎样的结论？」学生 A 说：「 b 也不是整数。」学生 B 说：「我认为 b 必定是正整数。」学生 C 说：「我认为 b 必定是负整数。」三位同学谁说的是正确的呢？

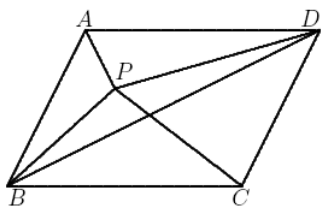
答案： _____

2006 Wenzhou Invitational World Youth Mathematics Intercity Competition

2006 青少年数学国际城市邀请赛



5. 平行四边形 $ABCD$ 中，点 P 是 $\triangle BAD$ 内一点。若 $\triangle PAB$ 面积为 2， $\triangle PCB$ 面积为 5，求 $\triangle PBD$ 面积。



答案： _____

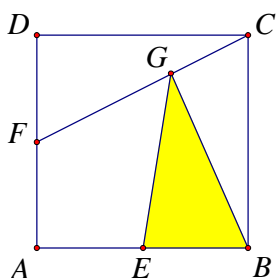
6. 非零实数 a, b, c, d, x, y, z 满足关系 $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$ ，求 $\frac{xyz(a+b)(b+c)(c+a)}{abc(x+y)(y+z)(z+x)}$ 的值。

答案： _____

7. 一辆汽车下坡的速度为 72 km/h ，在平地上的速度为 63 km/h ，上坡的速度为 56 km/h 。汽车从 A 地到 B 地用了 4 个小时，而返程用了 4 小时 40 分钟。则 AB 两地相距多少 km ？

答案： _____

8. 如图所示，正方形 $ABCD$ 的边长为 2，点 E, F 分别为边 AB, AD 的中点，点 G 是 CF 上的一点，使得 $3CG = 2GF$ ，求三角形 BEG 的面积。



答案： _____

9. 已知实数 x, y 满足 $(2x+1)^2 + y^2 + (y-2x)^2 = \frac{1}{3}$ ，求 $x+y$ 的值。

答案： _____

2006 Wenzhou Invitational World Youth Mathematics Intercity Competition

2006 青少年数学国际城市邀请赛



10. 一家机密文件碎纸公司有许多位雇员，这些雇员在输送带前排列成一列，分别编号为 $1, 2, 3, \dots$ 。老板接到将一张文件撕碎的任务，他先把这份文件撕成 5 块后交给第 1 号雇员。每当第 n 号雇员接到前手传来的一迭纸时，都从中取 n 块，把每块再分成 5 块，然后再传给第 $n+1$ 号雇员。若第 k 号雇员接到前手传来的总块数少于 2006 块，但传给下一位的总块数超过 2006 块，请问 k 是多少？

答案： _____

11. 从一个有 36 条棱的凸多面体 P ，切去以其顶点为顶点的一些棱锥，得到一个新的凸多面体 Q 。这些被切去的棱锥的底面所在平面在 P 上或内部都互不相交，求凸多面体 Q 的棱数。

答案： _____

12. 已知正整数 m, n 满足 $\sqrt{m-174} + \sqrt{m+34} = n$ ，求 n 的最大值。

答案： _____

第二部份：计算及证明题，必须写下计算或证明过程。共三题，每题 20 分。

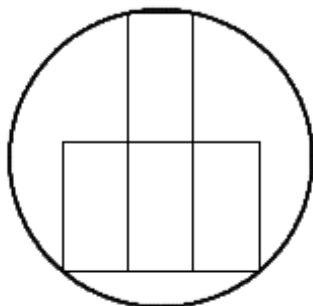
1. 一座大楼有 4 部电梯，每部电梯可停靠三层(不一定是连续三层或者最底层)。对任意的两层，至少有一部电梯可同时停靠，请问这座大楼最多有几层？

2006 Wenzhou Invitational World Youth Mathematics
Intercity Competition

2006 青少年数学国际城市邀请赛



2. 四个 2×4 的长方形排成如图形状，则覆盖这个图形的最小圆的半径是多少？



3. 把 $1, 2, \dots, 30$ 这三十个数分成 k 个小组（每个数只能恰在一个小组中出现），使得每一个小组中任意两个不同的数的和都不是完全平方数，求 k 的最小值。