

2006 Wenzhou Invitational World Youth Mathematics
Intercity Competition

2006 青少年數學國際城市邀請賽



個人賽試題 答題時間：120 分鐘 2006/7/12 溫州市

隊名：_____ 姓名：_____ 得分：_____

第一部份： 填空題，請將答案填寫在空格內。不須列出演算過程，共 12 題，每題五分。

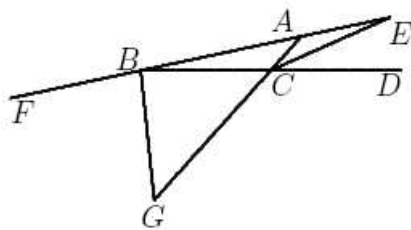
1. 小琳用計算器求三個整數 a, b, c 的運算式 $\frac{a+b}{c}$ 。她依次按了 $a, +, b, /, c, =$ ，得到數值 11。而當她依次按 $b, +, a, /, c, =$ 時，驚訝地發現得到數值是 14。這時她才明白計算器是先做除法再做加法的，於是她依次按 $(, a, +, b,), /, c, =$ 而得到了正確的結果。這個正確結果是什麼？

答案： _____

2. 平面上有一線段 AB ，長度為 5，在此平面上與 A, B 兩點距離分別為 2 和 3 的直線有多少條？

答案： _____

3. 如圖所示，在 $\triangle ABC$ 中，點 D 是 BC 延長線上的點，點 F 是 AB 延長線上的點。 $\angle ACD$ 的平分線交 BA 延長線於點 E ， $\angle FBC$ 的平分線交 AC 延長線於點 G 。若 $CE = BC = BG$ ，求 $\angle ABC$ 的度數。



答案： _____

4. 老師說：「 a, b 兩個數滿足關係式 $a+b-ab=1$ 。已知 a 不是整數，則對 b 可作出怎樣的結論？」學生 A 說：「 b 也不是整數。」學生 B 說：「我認為 b 必定是正整數。」學生 C 說：「我認為 b 必定是負整數。」三位同學誰說的是正確的呢？

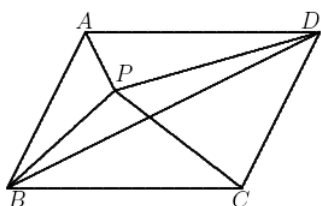
答案： _____

2006 Wenzhou Invitational World Youth Mathematics Intercity Competition

2006 青少年數學國際城市邀請賽



5. 平行四邊形 $ABCD$ 中，點 P 是 $\triangle BAD$ 內一點。若 $\triangle PAB$ 面積為 2， $\triangle PCB$ 面積為 5，求 $\triangle PBD$ 面積。



答案： _____

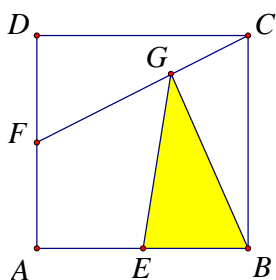
6. 非零實數 a, b, c, d, x, y, z 滿足關係 $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$ ，求 $\frac{xyz(a+b)(b+c)(c+a)}{abc(x+y)(y+z)(z+x)}$ 的值。

答案： _____

7. 一輛汽車下坡的速度為 72 km/h ，在平地上的速度為 63 km/h ，上坡的速度為 56 km/h 。汽車從 A 地到 B 地用了 4 個小時，而返程用了 4 小時 40 分鐘。則 AB 兩地相距多少 km ？

答案： _____

8. 如圖所示，正方形 $ABCD$ 的邊長為 2，點 E, F 分別為邊 AB, AD 的中點，點 G 是 CF 上的一點，使得 $3CG = 2GF$ ，求三角形 BEG 的面積。



答案： _____

9. 已知實數 x, y 滿足 $(2x+1)^2 + y^2 + (y-2x)^2 = \frac{1}{3}$ ，求 $x+y$ 的值。

答案： _____

2006 Wenzhou Invitational World Youth Mathematics Intercity Competition

2006 青少年數學國際城市邀請賽



10. 一家機密文件碎紙公司有許多位雇員，這些雇員在輸送帶前排列成一列，分別編號為 $1, 2, 3, \dots$ 。老板接到將一張文件撕碎的任務，他先把這份文件撕成 5 塊後交給第 1 號雇員。每當第 n 號雇員接到前手傳來的一疊紙時，都從中取 n 塊，把每塊再分成 5 塊，然後再傳給第 $n+1$ 號雇員。若第 k 號雇員接到前手傳來的總塊數少於 2006 塊，但傳給下一位的總塊數超過 2006 塊，請問 k 是多少？

答案： _____

11. 從一個有 36 條棱的凸多面體 P ，切去以其頂點為頂點的一些棱錐，得到一個新的凸多面體 Q 。這些被切去的棱錐的底面所在平面在 P 上或內部都互不相交，求凸多面體 Q 的棱數。

答案： _____

12. 已知正整數 m, n 滿足 $\sqrt{m-174} + \sqrt{m+34} = n$ ，求 n 的最大值。

答案： _____

第二部份：計算及證明題，必須寫下計算或證明過程。共三題，每題 20 分。

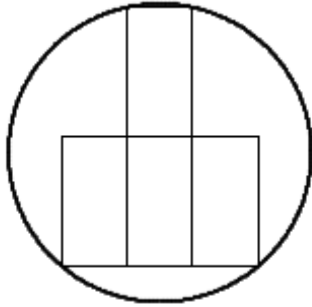
1. 一座大樓有 4 部電梯，每部電梯可停靠三層(不一定是連續三層或者最底層)。對任意的兩層，至少有一部電梯可同時停靠，請問這座大樓最多有幾層？

2006 Wenzhou Invitational World Youth Mathematics
Intercity Competition

2006 青少年數學國際城市邀請賽



2. 四個 2×4 的長方形排成如圖形狀，則覆蓋這個圖形的最小圓的半徑是多少？



3. 把 $1, 2, \dots, 30$ 這三十個數分成 k 個小組（每個數只能恰在一個小組中出現），使得每一個小組中任意兩個不同的數的和都不是完全平方數，求 k 的最小值。