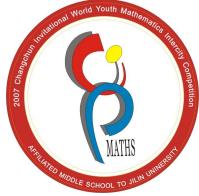


2007 Changchun Invitational World Youth  
Mathematics Intercity Competition  
2007 青少年数学国际城市邀请赛

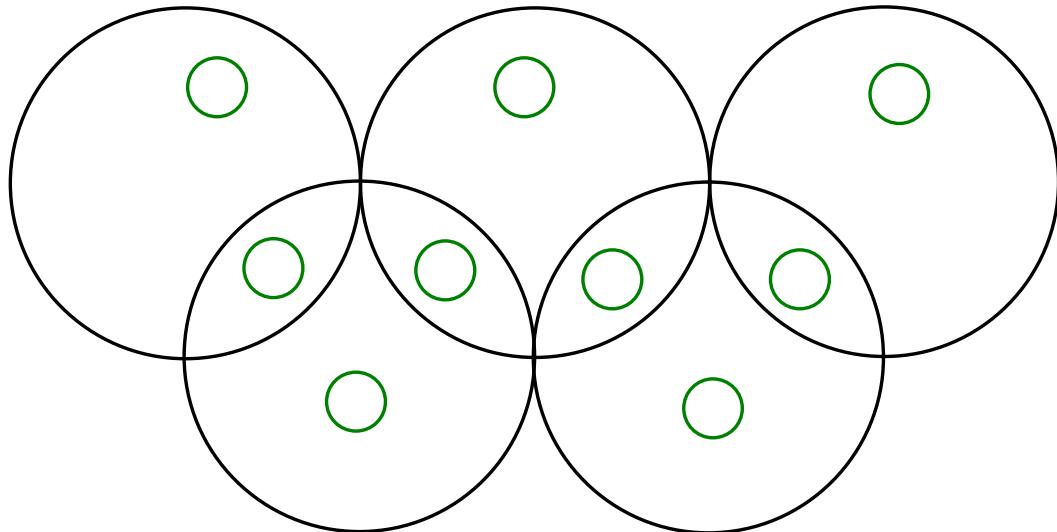


队际赛试题

2007/7/23 长春市

队名: \_\_\_\_\_ 得分: \_\_\_\_\_

1. 如图是一个奥运五环，圆环内有 9 个小圆。请把 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 和 9 不重复地填入小圆，使得每个圆环内数字和为 14。



2007 Changchun Invitational World Youth  
Mathematics Intercity Competition  
2007 青少年数学国际城市邀请赛

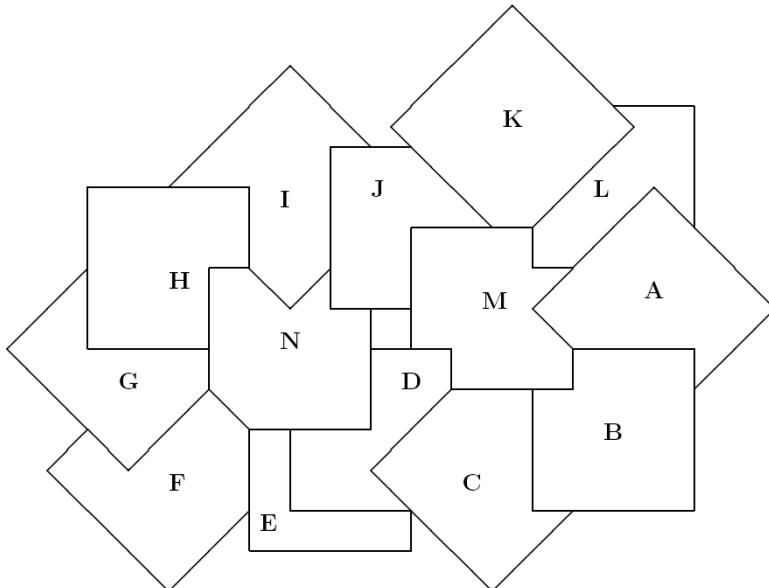


队际赛试题

2007/7/23 长春市

队名: \_\_\_\_\_ 得分: \_\_\_\_\_

2. 十四张纸片如图堆栈。一条从纸片 B 出发，最后到达纸片 F 的路径是这样得到的：先到上层位置的纸片，再到下层位置的纸片，如此交替行进。同一张纸片可以经过多次，且不必经过每张纸片。请依次写出一条路径上的纸片称号。



2007 Changchun Invitational World Youth  
Mathematics Intercity Competition  
2007 青少年数学国际城市邀请赛

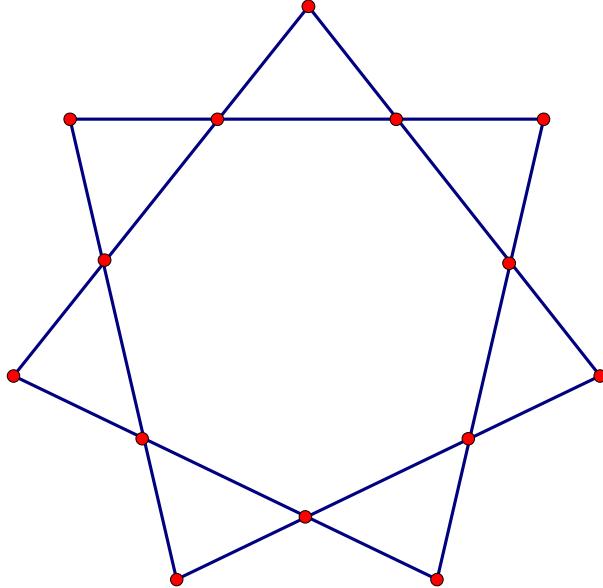


队际赛试题

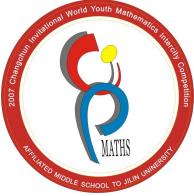
2007/7/23 长春市

队名: \_\_\_\_\_ 得分: \_\_\_\_\_

3. 下图是一个七角星，它总共有 14 个交点，请将数 1, 2, ..., 14 不重复地填入每个交点处（每点处填写一个数），使得每条在线所填的四个数之和都相等。（请给出一种填法，不必写出推理过程。）



2007 Changchun Invitational World Youth  
Mathematics Intercity Competition  
2007 青少年数学国际城市邀请赛



队际赛试题

2007/7/23 长春市

队名: \_\_\_\_\_ 得分: \_\_\_\_\_

4. 小玛发现将某个三位数自乘后，所得乘积的末三位数与原三位数相同。问：  
满足上述性质的所有不同的三位数的和是多少？

2007 Changchun Invitational World Youth  
Mathematics Intercity Competition  
2007 青少年数学国际城市邀请赛



队际赛试题

2007/7/23 长春市

队名: \_\_\_\_\_ 得分: \_\_\_\_\_

5. 求所有的正整数  $m$ 、 $n$ ，使得  $m^2 + 1$  是一个质数，且

$$10(m^2 + 1) = n^2 + 1。$$

# 2007 Changchun Invitational World Youth Mathematics Intercity Competition

## 2007 青少年数学国际城市邀请赛



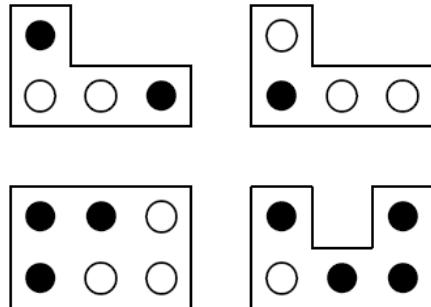
### 队际赛试题

2007/7/23 长春市

队名: \_\_\_\_\_ 得分: \_\_\_\_\_

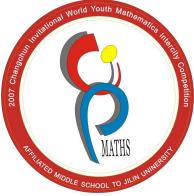
6. 四个参赛队在某周进行双循环赛，每两个队之间都要比赛两次，每个队每天比赛一场。下图中的左边给出了比赛的最后记分牌的一部份，其余部分裂成了四块，这些碎块只在一面写有得分情况。一个黑圈表示胜一局，白圈表示负一局。问：冠军是哪个参赛队？

T	M	Tu	W	Th	F	Sa
A	○		.	.	.	.
B	○		.	.	.	.
C	●	○	.	.	.	.
D	●		.	.	.	.



# 2007 Changchun Invitational World Youth Mathematics Intercity Competition

## 2007 青少年数学国际城市邀请赛



### 队际赛试题

2007/7/23 长春市

队名: \_\_\_\_\_ 得分: \_\_\_\_\_

7. 今有两张  $3 \times 3$  方格表  $A$  与  $B$ , 现将数  $1, 2, \dots, 9$  按某种顺序填入  $A$  表 (每格填写一个数), 然后依照如下规则填写  $B$  表: 使  $B$  表中第  $i$  行、第  $j$  列交叉处的方格内所填的数等于  $A$  表中第  $i$  行的各数和与第  $j$  列的各数和之差的绝对值; 例如  $B$  表中的

$$b_{12} = |(a_{11} + a_{12} + a_{13}) - (a_{12} + a_{22} + a_{32})|.$$

问: 能否在  $A$  表适当填入  $1, 2, \dots, 9$ , 使得在  $B$  表中也出现  $1, 2, \dots, 9$  这九个数字?

$a_{11}$	$a_{12}$	$a_{13}$
$a_{21}$	$a_{22}$	$a_{23}$
$a_{31}$	$a_{32}$	$a_{33}$

表  $A$

$b_{11}$	$b_{12}$	$b_{13}$
$b_{21}$	$b_{22}$	$b_{23}$
$b_{31}$	$b_{32}$	$b_{33}$

表  $B$

2007 Changchun Invitational World Youth  
Mathematics Intercity Competition  
2007 青少年数学国际城市邀请赛



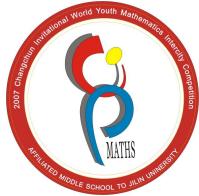
队际赛试题

2007/7/23 长春市

队名: \_\_\_\_\_ 得分: \_\_\_\_\_

8. 设凸四边形  $ABCD$  的两条对角线  $AC$  与  $BD$  互相垂直。过  $AB$  的中点  $M$  作  $CD$  的垂线，过  $AD$  的中点  $N$  作  $CB$  的垂线。证明：这两条垂线的交点在直线  $AC$  上。

2007 Changchun Invitational World Youth  
Mathematics Intercity Competition  
2007 青少年数学国际城市邀请赛



队际赛试题

2007/7/23 长春市

队名: \_\_\_\_\_ 得分: \_\_\_\_\_

9. 把 1 到  $n(n > 1)$  这  $n$  个正整数排成一行, 使得任何相邻两数之和为完全平方数。

问:  $n$  的最小值是多少?

2007 Changchun Invitational World Youth  
Mathematics Intercity Competition  
2007 青少年数学国际城市邀请赛



队际赛试题

2007/7/23 长春市

队名: \_\_\_\_\_ 得分: \_\_\_\_\_

10. 用五种颜色将一张 $8\times 8$ 棋盘上涂色(每个小方格涂一种颜色), 如图所示, R 是红色, Y 是黄色, B 是蓝色, G 是绿色, W 是白色。然后把剩下的小方格也用这五种颜色填涂, 使得所有相同颜色的小方格是通过边与边连着的一整块, 整个棋盘分成了五块。问: 其中最大的一块有多少个小方格?

R									
									Y
		B							
G									G
			R						
	W								W
		B	Y						