

個人賽試題

答題時間：90 分鐘 2009/11/30

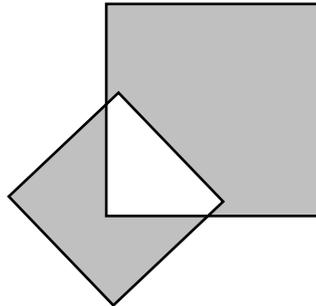
答題指引：

- 請勿翻開此頁，直到聽到答題指令為止。
- 請在答案紙上填寫您的姓名、編號及隊名。
- 請將答案填寫在答案紙上，答案僅須填寫阿拉伯數值。
- 共 15 題，每題 10 分，總分 150 分。若題目有不只一個答案，則全部答對才給分。
- 題目所提供之圖形只是示意圖，不一定精準。
- 不得使用任何計算器具。
- 可使用鉛筆、藍色或黑色原子筆作答。
- 所有紙張在考試結束時要全部收回。

Traditional Chinese Version

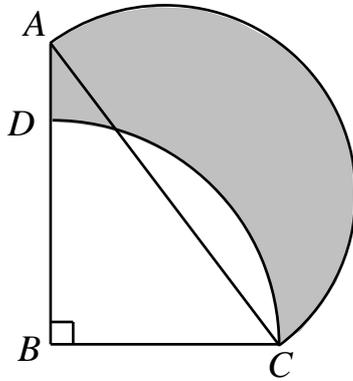
繁體中文版

- 試求最小的正整數使得將它乘以 543 所得的乘積之最末四位數為 2009。
- 小玲十歲的生日是 1991 年 7 月 13 日，她發現她十歲生日的日與月之乘積恰好等於西元年的末二位數： $13 \times 7 = 91$ 。她開始思考在 20 世紀中是否還有其它的年月日滿足這種情況。令她驚訝的，她發現她的兩位弟弟的十歲生日時也都恰好具有此性質。已知她的兩位弟弟的生日正好是相鄰的兩天，請問小玲的最小弟弟出生之日期為何年何月何日？
- 小菲將正整數 1、2、3、 \dots 、11、12 分為六對，使得每一對中的數之和都是質數，且這六個質數都互不相同。請問這六個質數中最大的是什麼？
- 在下圖中，大正方形的 $\frac{3}{4}$ 被塗上陰影；小正方形的 $\frac{5}{7}$ 被塗上陰影。請問大正方形被塗上陰影部份的面積與小正方形被塗上陰影部份的面積之比為何？

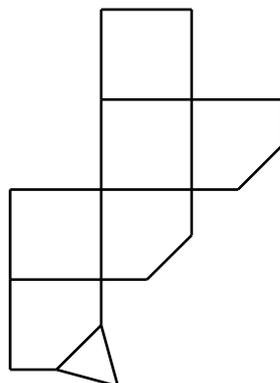


- 觀察數列 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, \dots ，它從第三項起每一項都等於前面兩項之和。請問此數列的第 2009 項除以 8 所得的餘數是什麼？
- 安平街上的房屋總數不多於 15 間，它們依序編上 1, 2, 3, \dots 的號碼，劉女士住在其中一間房子，但不是第一間，已知房屋編號小於劉女士房屋編號的所有數之乘積恰等於房屋編號大於劉女士房屋編號的所有數之乘積。請問安平街上共有多少間房屋？

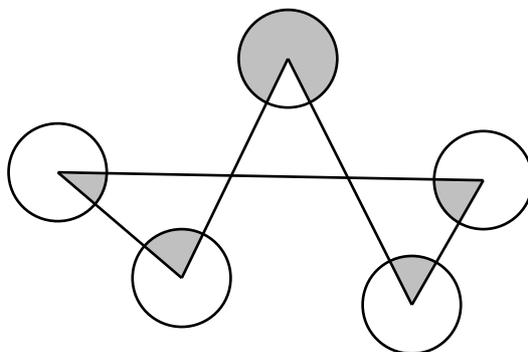
7. 直角三角形 ABC 中， $\angle B = 90^\circ$ 、 $BC = 42$ cm、 $AB = 56$ cm，以 AC 為直徑作一個半圓，以 BC 為半徑作一個四分之一圓，如下圖所示。請問圖中陰影部份的面積為多少 cm^2 ？(令 $\pi = \frac{22}{7}$)



8. 有一個三位數，它的各位數碼都互不相同，將其各位數碼重新排列組成新的三位數，若所得到的最大數與最小數之差正好等於原來的數，請問原來的三位數是什麼？
9. 有一些完全平方數的最後三位數碼都相同且不為 0，請問這些數中最小的是什麼？
10. 小林從 A 地出發步行往 B 地，同時小明從 B 地出發騎自行車往 A 地走的是同一條路，1 個小時後兩人在途中相遇。小明到達 A 地後立即返回，在第一次相遇後又經過 40 分鐘，小明在途中追上小林。小明到達 B 地後又立即返回，請問他們第三次相遇的地點到 A 、 B 兩地的距離之比為何？
11. 下圖所示是一個多面體的展開圖，請問這個多面體有多少條稜？



12. 如圖所示，五個半徑為 1 cm 的圓之圓心分別在各個三角形的頂點處，請問陰影部分的面積總共為多少 cm^2 ？（令 $\pi = \frac{22}{7}$ ）



13. 從地面到高臺頂有 10 級臺階，但第 6 級臺階正在維修，只能跨越過去而不能踩在此級臺階。小明由地面向上走，每次只能邁 1 級或 2 級臺階，請問小明可以有多少種不同的方式走到高臺頂？
14. 將兩兩互不相同的四個正整數 a 、 b 、 c 、 d 從小到大排列 $a < b < c < d$ ，如果它們正好滿足 $(d - c) \times (c - b) \times (b - a)$ 能被 2009 整除，我們則稱這四個正整數為一組“好友數”。請問從 1 到 60 之間共有多少組“好友數”？
15. 欲將如圖所示的五個圓圈 A 、 B 、 C 、 D 、 E 分別塗上顏色，每個圓圈塗一種顏色。若要求有線段直接相連的兩個圓圈必須塗上不同的顏色，現有五種不同顏色的染料可以使用，請問共有多少種不同的塗法？

